

Московский государственный технический университет им. Н.Э.
Баумана
(Мытищинский филиал)

Н. П. Полуэктов, И. И. Усатов.

Учебно-методическое пособие
Изучение прецессии гироскопа

Москва
Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана
2021

УДК 53.536

ББК. 22.3

Факультет «Космический»

Кафедра «высшая математика и физика»

Рекомендовано научно-методическим советом

МГТУ им. Н.Э.Баумана в качестве учебно-методического пособия

Рецензент д-р физ.мат.наук Э.В. Завитаев

Полуэктов, Н. П.

Изучение прецессии гироскопа: учебно-методическое пособие / Н.П. Полуэктов, И.И.Усатов – Москва : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. – 22 с. : илл.

Приведены основные сведения о теории гироскопа и прецессионном движение гироскопа, описана лабораторная установка, изложена методика измерений момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы.

Для студентов всех технических специальностей Мытищинского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана (уровень бакалавриата и специалитета), изучающих дисциплину «Физика».

© МГТУ им. Н.Э. Баумана
(Мытищинский филиал) 2021
© Оформление. Издательство МГТУ
им. Н.Э. Баумана, 2021

ISBN

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, устанавливаемых техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
1. Краткие сведения из теории	5
2. Описание лабораторной установки. Методика эксперимента	12
2.1 Задание 1. Определение момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы (через изменение плеча силы тяжести)	13
2.2 Задание 2. Определение момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы (через изменение массы груза)	15
2.3 Задание 3. Определение момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от частоты вращения гироскопа	18
3. Форма отчета о работе	21
4. Контрольные вопросы	21
5. Список литературы	22

ПРЕДИСЛОВИЕ

Гироскоп – твердое тело, совершающее быстрое вращение вокруг своей оси. Вследствие закона сохранения импульса ось гироскопа сохраняет свое положение неизменным. Свойствами гироскопа обладают вращающиеся небесные тела, артиллерийские снаряды, роторные турбины, детский волчок и т. д. Гироскопы применяются в системах навигации для управления самолетов, ракет, в системах стабилизации (для успокоения качки судов, системы стабилизации пушки танков) и др.

Постоянно возрастающие требования к точностным и эксплуатационным характеристикам гироскопических приборов привели только к дальнейшим усовершенствованиям классических гироскопов с вращающимся ротором, но и к поискам принципиально новых идей, позволяющих решить проблему создания чувствительных датчиков для индикации и измерения угловых движений объекта в пространстве.

В зависимости от принципа работы были созданы различные типы гироскопов: гироскопы с воздушной опорой, поплавковые, динамически настраиваемые, кольцевые лазерные гироскопы, волоконно-оптические, микромеханические гироскопы. Современные гироскопы в виде МЭМС-датчиков для измерения угловой скорости активно используются в системах управления летательными аппаратами, для обеспечения безопасности движения автомобилей, в сельскохозяйственной технике, изделиях специального назначения и др.

Цель лабораторной работы

1. Изучить элементарную теорию гироскопа и исследовать прецессионное движение гироскопа.
2. Определить момент инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы, при постоянной массе груза и изменяющемся плече силы тяжести.
3. Определить момент инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы, при постоянном плече нагрузки и изменяющейся массе груза.

1. Краткие сведения из теории

Вращательным движением твердого тела вокруг оси называется такое его движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, лежащим в плоскостях, перпендикулярных оси вращения, за исключением неподвижных точек на оси.

Гироскоп – это массивное симметричное тело, вращающееся с большой угловой скоростью вокруг оси, которая может сохранять свою ориентацию в пространстве в отсутствие моментов внешних сил.

Основные кинематические характеристики вращательного движения: угловая скорость определяет быстроту вращения; угловое ускорение определяет быстроту изменения угловой скорости.

Угловая скорость $\vec{\omega}$ – векторная величина, равная первой производной угла поворота по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (1)$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта. Размерность угловой скорости – радиан в секунду. При вращении твердого тела все его точки имеют одинаковую угловую скорость.

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ – векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

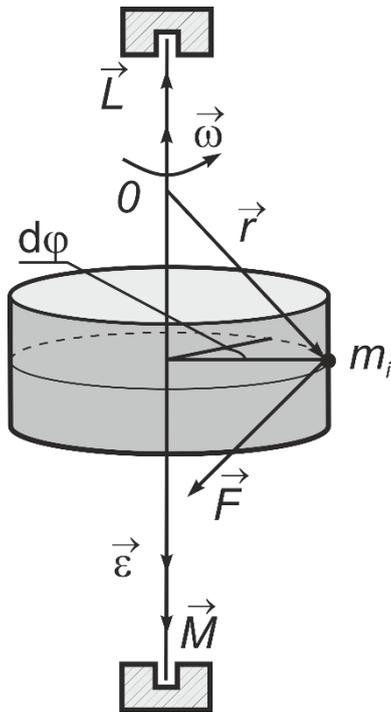
$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad (2)$$

Векторы $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ направлены в одну сторону ($\omega \uparrow \uparrow \varepsilon$), если вращение ускоренное, и направлены противоположно друг другу ($\omega \uparrow \downarrow \varepsilon$) при замедленном вращении.

Моментом силы относительно некоторой точки называется физическая величина, которая равна векторному произведению радиус-вектора \vec{r} , проведенного из этой точки в точку приложения силы, и вектора сил \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]; M = rF \sin \alpha, \quad (3)$$

Где α – угол между \vec{r} и \vec{F} , $r \sin \alpha = d$ – плечо силы, то есть кратчайшее



расстояние от линии действия силы до центра (оси) вращения. Сила, приложенная к твердому телу в любой точке таким образом, что линия ее действия не проходит через центр масс, создает момент силы \vec{M} и может вызвать вращение тела. На рис. 1 показано замедленное вращение точки тела m_i под действием тормозящего момента \vec{M} .

В случае, когда тело закреплено на некоторой оси X , вращающее действие оказывает проекция вектора \vec{M} на эту ось

Рис. 1. Кинематические ($d\varphi$, ω , ε) и динамические (F , M , L) характеристики вращательного движения твердого тела

$\vec{M}_x = [\vec{r}, \vec{F}]_x$. Здесь \vec{r}, \vec{F} , – составляющие векторов r и F , перпендикулярные оси вращения, причем $\vec{r} \perp \vec{F}$ также взаимно перпендикулярны. Очевидно, что \vec{r} является радиусом окружности, по которой

происходит вращение (в дальнейшем просто r); \vec{F} – сила действующая на элемент m_i . Величина проекции момента силы на ось вращения $M_x = rF$.

В случае действия нескольких (n) сил, приложенных к различным элементам m_i тела, величина результирующего момента силы относительно оси вращения определяется алгебраической суммой проекций моментов сил:

$$M = \sum_{i=1}^n M_i = F_1 r_1 + F_2 r_2 + \dots + F_n r_n = \sum_{i=1}^n F_i r_i \quad (4)$$

Здесь F_i – сила, действующая на элемент массой m_i ; r_i расстояние от оси вращения до точки приложения силы (радиус окружности, по которой движется данный элемент). Используя выражения

$$F_i r_i = m_i a_i r_i = m_i \frac{dv_i}{dt} r_i = m_i \frac{d(\omega r_i)}{dt} r_i = m_i r_i^2 \frac{d\omega}{dt} = m_i r_i^2 \varepsilon, \quad (5)$$

для величины результирующего момента сил получим:

$$M = \varepsilon \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (6)$$

Величина называется **моментом инерции тела** относительно данной оси (аналог массы в поступательном движении).

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (7)$$

Момент инерции тела зависит не только от массы тела, но и от того, как распределены элементарные массы, составляющие тело относительно оси вращения. Момент инерции является мерой инертности тела по отношению к вращательному движению; он играет в этом смысле ту же роль, что и масса в поступательном движении.

Для вычисления моментов инерции симметричных тел с непрерывным распределением массы следует воспользоваться интегральным представлением для величины момента инерции

$$I = \int_V \rho r^2 dV \quad (8)$$

где ρ – плотность тела; $\rho dV = dm$ – элемент массы. Для цилиндрического по форме ротора гироскопа, изучаемого в данной лабораторной работе, момент инерции определяется формулой: $I = \frac{mR^2}{2}$, где m - масса цилиндра, R - его радиус. С использованием выражения $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ величину момента сил, действующего на тело и сообщающего ему угловое ускорение ε , можно записать в виде:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (9)$$

Вектор момента силы \vec{M} – направлен по оси вращения и совпадает по направлению с вектором углового ускорения $\vec{\varepsilon}$. Данное уравнение является **основным законом динамики вращательного движения тел** в интегральной форме (аналогом второго закона Ньютона для поступательного движения $\vec{F} = m\vec{a}$).

Выведем основной закон динамики вращательного движения в дифференциальной форме, используя выражения для углового ускорения $\varepsilon = d\omega/dt$ и момента инерции материальной точки $I_i = m_i r_i^2$, а также связь между линейной и угловой скоростью $v_i = \omega r_i$:

$$M = I\varepsilon = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \frac{d\omega}{dt} = \sum_{i=1}^n m_i r_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d(r_i m_i v_i)}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n r_i m_i v_i = \frac{dL}{dt} \quad (10)$$

Здесь $L = \sum_{i=1}^n r_i m_i v_i$ – момент импульса тела относительно оси вращения; $p_i = m_i v_i$ – импульс точки. Итак, основной закон динамики вращательного движения тела в дифференциальной форме имеет вид:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (11)$$

Можно показать, что момент импульса тела равен $\vec{L} = I\vec{\omega}$ где I – момент инерции тела относительно оси вращения.

Итак, **основной закон динамики вращательного движения**: скорость изменения момента импульса (или изменение момента импульса твердого тела в единицу времени равна моменту внешних сил, действующих на тело.

Следствием этого закона является фундаментальный закон природы - **закон сохранения момента импульса**: если суммарный момент действующих на систему внешних сил равен нулю, то ее полный момент импульса остается постоянным по величине и направлению:

$$\vec{M} = 0 = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \vec{L} = const \quad (12)$$

Изменение момента импульса обусловлено действием момента силы. Основной закон динамики вращательного движения можно переписать в виде: $d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt$.

Из этого выражения следует, что момент импульса вращающегося тела не будет изменяться ($dL = 0$) не только когда отсутствуют моменты внешних сил, но и в случае их очень кратковременного действия ($dt \approx 0$). При наличии постоянно действующего момента сил M вектор изменения момента импульса dL совпадает по направлению с вектором M .

Чтобы ось фигуры гироскопа могла свободно поворачиваться в пространстве, гироскоп помещают в кардановом подвесе (рис. 2). Карданов подвес – универсальная шарнирная опора, позволяющая закреплённому в ней объекту вращаться одновременно в нескольких плоскостях. Единственной силой, создающей моменты, является сила трения в подшипниках. Ее стремятся уменьшить до малых величин. Если в кардановом подвесе закрепить вращающееся тело, то, согласно закону сохранения момента импульса, оно будет сохранять направление оси вращения независимо от ориентации самого подвеса. Это свойство нашло применение в гироскопах, применяющихся, в частности, в авиации и космонавтике.

В данной лабораторной работе исследуется гироскоп, в котором используется диск, установленный в кардановом подвесе, который в свою очередь укреплен в специальном корпусе. Все три оси подвеса, включая ось

собственного вращения гироскопа, пересекаются в одной неподвижной точке (центр подвеса). Вращение ротора гироскопа обеспечивается источником постоянного тока.

Если центр тяжести гироскопа совпадает с центром симметрии, то гироскоп называется уравновешенным или астатическим, а его ось вращения не изменяет своей ориентации в пространстве.

Момент силы тяжести уравновешенного гироскопа равен нулю, т.к. линия действия силы mg проходит через центр подвеса (плечо силы тяжести равно 0). Следовательно, для уравновешенного гироскопа выполняется закон сохранения момента импульса: $\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{L} = const$. Поэтому, так как $L = I\omega$, вектор угловой скорости собственного вращения ω , направленный вдоль оси вращения, остается неизменным, и ось вращения гироскопа будет сохранять неизменным свое направление в пространстве при любом повороте или передвижении прибора.

Для изменения направления оси вращающегося гироскопа необходимо, чтобы на него действовал постоянный отличный от нуля момент внешних сил. В таком случае наблюдается гироскопический эффект: под действием силы, которая, казалось бы, должна была вызвать поворот оси гироскопа в направлении своего действия, ось гироскопа поворачивается в плоскости, перпендикулярной ожидаемой плоскости поворота, в сторону вектора момента внешней силы. Если сила не кратковременна, а действует постоянно, то возникает вынужденная **прецессия гироскопа – вращение оси гироскопа с постоянной угловой скоростью ω вокруг некоторой оси, не являющейся осью его собственного вращения.** Действие момента силы может, очевидно, привести к изменению вектора момента импульса L только по направлению, так как его величина $L = I\omega$, при $I = const$ и $\omega = const$, измениться не может. На рис.2 отражена прецессия гироскопа, возникающая как вращение оси гироскопа в горизонтальной плоскости, с угловой скоростью ω , направленной вдоль оси Z .

Прецессия возникает вследствие действия на ось гироскопа некоторой силы F . Роль силы F в данной лабораторной работе выполняет сила тяжести грузиков, располагаемых на определенном расстоянии d от центра подвеса на специальной площадке, закрепленной на оси гироскопа.

Выведем формулу для угловой скорости прецессии, исходя из основного уравнения динамики вращательного движения. Если на вращающийся вокруг оси X ротор гироскопа (рис. 2) действует момент \vec{M} внешней силы $\vec{F} = m\vec{g}$ ($\vec{M} = [\vec{r}, m\vec{g}]$), то согласно основному закону динамики вращательного движения за время dt момент импульса \vec{L} получит приращение $d\vec{L}$, направленное в ту же сторону, что и вектор момента силы \vec{M} .

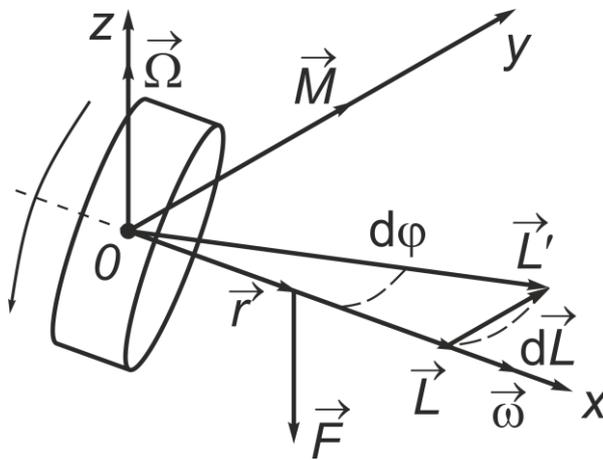


Рис.2. Прецессия гироскопа под действием силы F .

Это означает поворот вектора момента импульса \vec{L} на угол $d\varphi$ (новое положение вектора \vec{L} обозначено как \vec{L}' и $|\vec{L}| = |\vec{L}'|$).

Под действием постоянного момента внешних сил M ось гироскопа начнет **прецессировать**, то есть ротор будет медленно поворачиваться вокруг оси Z . Как видно из рис. 2, приращение

момента импульса dL по модулю можно записать: $dL = L \operatorname{tg}(d\varphi) = L d\varphi$

(так как при малых углах $\operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$, а $d\varphi$ мал по определению). Подставляя это значение dL в закон динамики вращательного движения, получим:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = L \frac{d\varphi}{dt} = L\vec{\Omega} = \vec{M} \Rightarrow \vec{\Omega} = \frac{\vec{M}}{I\vec{\omega}} \quad (13)$$

Где $\frac{d\varphi}{dt} = \vec{\Omega}$ – угловая скорость прецессии; вектор $\vec{\Omega}$ направлен вдоль оси Z .

Итак, величина угловой скорости прецессии определяется выражением:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{I\omega} \quad (14)$$

где M – момент внешней силы; I – момент инерции гироскопа относительно оси собственного вращения (ось X); ω – угловая скорость собственного вращения гироскопа.

2. Описание лабораторной установки. Методика эксперимента.

Для выполнения лабораторной работы используется экспериментальная установка, представленная на рис. 3, включающая: гироскоп 1; набор разновесов различной массы 2;

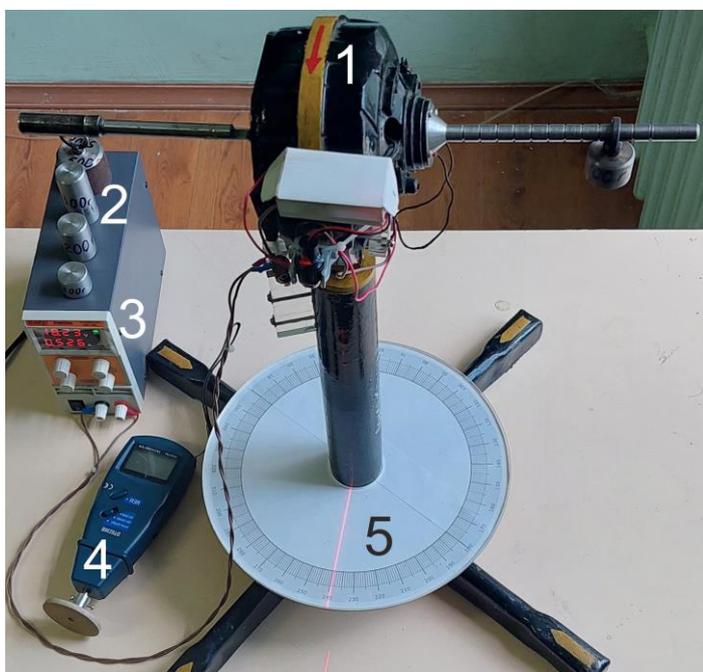


Рис.3. Фото установки.

источник питания для вращения гироскопа 3; тахометр для измерения частоты вращения гироскопа 4; транспортир 5, для измерения угла поворота. На оси гироскопа укреплены 2 стержня. На одном стержне имеются риски, нанесенные через 10 мм. На этом стержне по рискам устанавливаются

грузы известной массы, которые создают момент силы тяжести M . Изменяя массу груза и его расстояние от центра гироскопа, можно менять величину M . Гироскоп установлен на опорной вилке и может вращаться вокруг вертикальной и горизонтальной осей.

Для определения угловой скорости используется тахометр с резиновым диском на оси. Прикладывая резиновый диск к вращающемуся валу гироскопа, можно определить частоту его вращения. Угол поворота

определяется с помощью транспортира, на который проецируется полоса лазерного луча.

Задание 1. Определение момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы (через изменение плеча силы тяжести).

Порядок выполнения работы

1. Установить ось ротора гироскопа горизонтально и убедиться, что она меняет своего положения. Если балансировка нарушена, то в присутствии преподавателя восстановить ее, вращая балансировочный цилиндр на конце стержня без рисков.
2. Включить источник питания гироскопа и установить напряжение питания 10 - 20 Вольт.
3. Выждать 4 - 5 мин; за это время гироскоп заработает в установившемся режиме.
4. Определить скорость вращения гироскопа с помощью тахометра. Резиновый диск тахометра привести в соприкосновение с валом гироскопа и записать показания тахометра. **Тахометр измеряет число оборотов резинового диска в минуту (round per minute, rpm). Перевести значения оборотов в секунду (разделить на 60). Диаметр вала гироскопа в 7 раз меньше диаметра резинового диска, поэтому полученное значение нужно умножить на 7. Эта величина равна угловой скорости гироскопа ω . Записать значение ω .** После этого напряжение на источнике, и, следовательно, угловую скорость ω не менять.
5. Установить груз на расстоянии 8-11 см от центра гироскопа (Первая риска соответствует расстоянию 8 см от центра подвеса. Расстояние между соседними рисками 1 см). Массу груза указывает преподаватель. Гироскоп начнет прецессировать.

6. Определить время поворота оси гироскопа Δt на угол $\Delta\varphi = 60 - 180^\circ$, используя вращение лазерного луча на транспорте. Затем углы перевести в радианы. Угловая скорость прецессии определяется по формуле $\Omega = \Delta\varphi/\Delta t$. Занести в таблицу полученный результат.

7. Передвигая груз на 1 - 2 см, повторить пункт 6. Произвести 7-10 измерений. Занести значение Ω_i и d_i в таблицу бланка отчета.

Значения момента сил M , вызывающего прецессию задается с помощью груза, располагаемого на оси гироскопа, и определяется формулой:

$M = Fd = mgd$, где d – плечо силы тяжести груза mg относительно центра подвеса. Подставляя в (14) значение M , получим:

$$\Omega = \frac{mg}{I\omega} d \quad (15)$$

Перепишем формулу (15) в виде уравнения прямой линии: $Y=A+Bx$ (16), где $Y_i = \Omega_i$, $x_i = d_i$, $B = mg/I\omega$.

Таблица 1

i	1	2	3	4	5	6	7
$\Delta\varphi$, градусы							
$\Delta\varphi$, радианы							
Δt , с							
$Y_i = \Omega_i$ (c^{-1})							
$x_i = d_i$ (м)							

Графический метод.

Построить график зависимости (16).

Аппроксимировать полученную зависимость линейно и рассчитать угловой коэффициент B определить среднее значение момента инерции гироскопа $\langle I \rangle = mg/B\omega$.

Рассчитайте относительную погрешность углового коэффициента δB .

Для этого выбирается экспериментальная точка, имеющая наибольшее отклонение от графика в вертикальном направлении ΔY_{\max} . Тогда относительная погрешность $\delta B_Y = \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_Y = \frac{\Delta Y_{\max}}{Y_{\max} - Y_{\min}}$, где $(Y_{\max} - Y_{\min})$ – измеренные max и min значения Y .

Аналогично вычисляется относительная погрешность $\delta B_X = \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_X = \frac{\Delta X_{\max}}{X_{\max} - X_{\min}}$, где ΔX_{\max} – наибольшее отклонение от графика в горизонтальном направлении, а $(X_{\max} - X_{\min})$ – измеренные max и min значения X .

$$\text{Следовательно, } \delta B = \frac{\Delta B}{B} = \sqrt{\delta B_X^2 + \delta B_Y^2}.$$

Рассчитать абсолютную погрешность определения момента инерции гироскопа $\Delta I = \langle I \rangle \cdot \delta B$.

$$\text{Конечный результат записать в виде } I = \langle I \rangle \pm \Delta I$$

Аналитический метод. Для вычисления тангенса угла наклона B и среднеквадратичного отклонения S_B нужно использовать следующие формулы:

$$B = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}, \quad S_B = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2} - B^2} \quad (17)$$

где n – число измерений, а $\langle X \rangle$, $\langle Y \rangle$, $\langle XY \rangle$, и т.д. – средние арифметические значения соответствующих величин. и из углового коэффициента $B = mg/I\omega$ определить среднее значение момента инерции гироскопа $\langle I \rangle = mg/B\omega$.

$$\text{Конечная формула: } I = \langle I \rangle \pm \frac{S_B}{B} \langle I \rangle.$$

Задание 2. Определение момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от момента силы (через изменение массы груза).

Порядок выполнения работы.

1. Установить ось ротора гироскопа горизонтально и убедиться, что она меняет своего положения. Если балансировка нарушена, то в присутствии преподавателя восстановить ее, вращая балансировочный цилиндр на конце стержня без рисков.

2. Включить источник питания гироскопа и установить напряжение питания 10 -20 Вольт.

3. Выждать 4 - 5 мин; за это время гироскоп заработает в установившемся режиме.

4. Определить скорость вращения гироскопа с помощью тахометра. Резиновый диск тахометра привести в соприкосновение с валом гироскопа и записать показания тахометра. **Тахометр измеряет число оборотов резинового диска в минуту (round per minute, rpm). Перевести значения оборотов в секунду (разделить на 60). Диаметр вала гироскопа в 7 раз меньше диаметра резинового диска, поэтому полученное значение нужно умножить на 7. Эта величина равна угловой скорости гироскопа ω . Записать значение ω .** После этого напряжение на источнике, и, следовательно, угловую скорость ω не менять.

5. Установить груз массой 100 г на расстоянии 8-10 см от центра гироскопа (Первая риска соответствует расстоянию 8 см от центра подвеса. Расстояние между соседними рисками 1 см). Гироскоп начнет прецессировать.

6. Определить время поворота оси гироскопа Δt на угол $\Delta\varphi = 90^\circ - 180^\circ = \pi/2 - \pi$ радиан, используя вращение лазерной полосы на транспорте. Угловая скорость прецессии $\Omega = \Delta\varphi/\Delta t$, где $\Delta\varphi$ – в радианах.

Значения моментов сил M , вызывающих прецессию задается с помощью грузов, располагаемых на оси гироскопа, и определяются формулой:

$$M = Fd = m_i g d.$$

где d – плечо силы тяжести грузов mg относительно центра подвеса. Занести значение Ω_i и m_i в таблицу бланка отчета.

Перепишем формулу (14) в виде уравнения прямой линии: $Y=A+Bx$ (18), где $Y_i = \Omega_i$, $x_i = m_i$, $B = gd/I\omega$.

$$\Omega = \frac{gd}{I\omega} m \quad Y_i = A + Bx_i \quad (19)$$

Таблица 2

i	1	2	3	4	5	6	7
$\Delta t, (с)$							
$\Delta\varphi, \text{ градусы}$							
$\Delta\varphi, \text{ радианы}$							
$Y_i = \Omega_i (с^{-1})$							
$x_i = m_i, (кг)$							

Увеличивая массу груза повторите пункт 6 для оставшихся грузиков. Записать для них значения Ω_i и m_i (**положений груза на оси гироскопа не менять**).

Графический метод.

Построить график зависимости (18).

Аппроксимировать полученную зависимость линейно и рассчитать угловой коэффициент B определить среднее значение момента инерции гироскопа $\langle I \rangle = gd/B\omega$.

Рассчитайте относительную погрешность углового коэффициента δB .

Для этого выбирается экспериментальная точка, имеющая наибольшее отклонение от графика в вертикальном направлении ΔY_{max} . Тогда относительная погрешность $\delta B_Y = \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_Y = \frac{\Delta Y_{max}}{Y_{max} - Y_{min}}$, где $(Y_{max} - Y_{min})$ – измеренные max и min значения Y .

Аналогично вычисляется относительная погрешность

$$\delta B_x = \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_x = \frac{\Delta X_{\max}}{X_{\max} - X_{\min}}, \text{ где } \Delta X_{\max} - \text{наибольшее отклонение от графика}$$

в горизонтальном направлении, а $(X_{\max} - X_{\min})$ – измеренные max и min значения X .

$$\text{Следовательно, } \delta B = \frac{\Delta B}{B} = \sqrt{\delta B_x^2 + \delta B_y^2}.$$

Рассчитать абсолютную погрешность определения момента инерции гироскопа $\Delta I = \langle I \rangle \cdot \delta B$.

Конечный результат записать в виде $I = \langle I \rangle \pm \Delta I$

Аналитический метод. Для вычисления тангенса угла наклона B и среднеквадратичного отклонения S_B нужно использовать следующие формулы:

$$B = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}, \quad S_B = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2} - B^2} \quad (20)$$

где n – число измерений, а $\langle X \rangle$, $\langle Y \rangle$, $\langle XY \rangle$, и т.д. – средние значения соответствующих величин. и из углового коэффициента $B = gd/I\omega$ определить среднее значение момента инерции гироскопа $\langle I \rangle = gd/B\omega$.

Конечная формула: $I = \langle I \rangle \pm \frac{S_B}{B} \langle I \rangle$.

Задание 3. Определение момента инерции гироскопа, используя зависимость угловой скорости прецессии от частоты вращения гироскопа.

Порядок выполнения работы.

1. Установить ось ротора гироскопа горизонтально и убедиться, что она меняет своего положения. Если балансировка нарушена, то в присутствие преподавателя восстановить ее, вращая балансировочный цилиндр на конце стержня без рисков.

2. Включить источник питания гироскопа и установить напряжение питания 10 - 11 Вольт.
3. Выждать 4 - 5 мин; за это время гироскоп заработает в установившемся режиме.
4. Определить скорость вращения гироскопа с помощью тахометра. Резиновый диск тахометра привести в соприкосновение с валом гироскопа и записать показания тахометра. **Тахометр измеряет число оборотов резинового диска в минуту (round per minute, rpm). Перевести значения оборотов в секунду (разделить на 60). Диаметр вала гироскопа в 7 раз меньше диаметра резинового диска, поэтому полученное значение нужно умножить на 7. Эта величина равна угловой скорости гироскопа ω . Записать значение ω в таблицу бланка отчета.**
5. Установить груз, выданный преподавателем на расстоянии 8-15 см (положение груза во всех экспериментах не изменяется) от центра гироскопа (Первая риска соответствует расстоянию 8 см от центра подвеса. Расстояние между соседними рисками 1 см). Гироскоп начнет прецессировать.
6. Определить время поворота оси гироскопа Δt на угол $\Delta\varphi = 90^\circ - 180^\circ = \pi/2 - \pi$ радиан, используя вращение лазерной полосы на транспортире. Угловая скорость прецессии $\Omega = \Delta\varphi/\Delta t$, где $\Delta\varphi$ – в радианах.
7. Повторить пункты 3 – 6 каждый раз увеличивая напряжение питания на 1 – 2 В (но не выше 22 В)

i	1	2	3	4	5	6	7
$\Delta t, (c)$							
$\Delta\varphi, \text{градусы}$							
$\Delta\varphi, \text{радианы}$							
$\omega_i (c^{-1})$							
$Y_i = \Omega_i (c^{-1})$							
$x_i = 1/\omega_i, (c)$							

Значения моментов сил M , вызывающих прецессию задается с помощью груза, располагаемого на оси гироскопа, и определяется формулой:
 $M = Fd = mgd$.

где d – плечо силы тяжести груза mg относительно центра подвеса.

Перепишем формулу (14) в виде уравнения прямой линии: $Y=A+Bx$ (21), где $Y_i = \Omega_i$, $x_i = 1/\omega_i$, $B = mgd/I$.

Графический метод.

Построить график зависимости (21).

Аппроксимировать полученную зависимость линейно и рассчитать угловой коэффициент B определить среднее значение момента инерции гироскопа $\langle I \rangle = mgd/B$.

Рассчитайте относительную погрешность углового коэффициента δB .

Для этого выбирается экспериментальная точка, имеющая наибольшее отклонение от графика в вертикальном направлении ΔY_{max} . Тогда относительная погрешность $\delta B_Y = \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_Y = \frac{\Delta Y_{max}}{Y_{max} - Y_{min}}$, где $(Y_{max} - Y_{min})$ – измеренные max и min значения Y .

Аналогично вычисляется относительная погрешность $\delta B_X = \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_X = \frac{\Delta X_{max}}{X_{max} - X_{min}}$, где ΔX_{max} – наибольшее отклонение от графика в горизонтальном направлении, а $(X_{max} - X_{min})$ – измеренные max и min значения X .

$$\text{Следовательно, } \delta B = \frac{\Delta B}{B} = \sqrt{\delta B_X^2 + \delta B_Y^2}.$$

Рассчитать абсолютную погрешность определения момента инерции гироскопа $\Delta I = \langle I \rangle \cdot \delta B$.

Конечный результат записать в виде $I = \langle I \rangle \pm \Delta I$

Аналитический метод. Для вычисления тангенса угла наклона B и среднеквадратичного отклонения S_B нужно использовать следующие формулы:

$$B = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}, \quad S_B = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2} - B^2} \quad (22)$$

где n – число измерений, а $\langle X \rangle$, $\langle Y \rangle$, $\langle XY \rangle$, и т.д. – средние значения соответствующих величин. и из углового коэффициента $B = mgd/I$ определить среднее значение момента инерции гироскопа $\langle I \rangle = mgd/B$.

Конечная формула: $I = \langle I \rangle \pm \frac{S_B}{B} \langle I \rangle$.

3. Форма отчета о работе

Отчет по выполненной лабораторной работе должен содержать следующее:

1. Титульный лист лабораторной работы согласно образцу.
2. Конспект теоретической части работы.
3. Методику эксперимента и краткое описание лабораторной установки.
4. Заполненные таблицы с экспериментальными данными.
5. Обработку экспериментальных данных согласно методическим указаниям в данной работе. В случае обработки данных эксперимента в *Excel* – распечатку скриншота и файл с результатами обработки.
6. Выводы по выполненной работе.

4. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определения угловой скорости и углового ускорения. Как направлены вектора угловой скорости и углового ускорения в случае ускоренного и замедленного вращения?
2. Сформулируйте определения основных динамических характеристик вращательного движения: момента силы, момента импульса, момента инерции.
3. Сформулируйте и запишите основной закон динамики вращательного движения в дифференциальной форме; в интегральной форме. Проведите

аналогию этого закона с основным законом динамики поступательного движения (II законом Ньютона). Каков физический смысл указанных законов?

4. Сформулируйте закон сохранения момента импульса. Каким образом проявляется действие этого закона?

5. Что такое гироскоп? Что такое прецессия гироскопа и как она возникает? Почему не прецессирует свободный гироскоп? В каких движениях участвует прецессирующий гироскоп?

6. Выведите формулу для угловой скорости прецессии гироскопа.

7. Как зависит угловая скорость прецессии гироскопа в данной лабораторной установке от массы груза и его положения относительно оси гироскопа?

Список литературы

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк. 2015. - 608с.: ил.

2 Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд. испр. – М.: Высш. шк. 2015. - 542 с.: ил.