Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный университет леса»

О.М.Полещук
Е.Г.Комаров

Типовые расчеты по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов

Практикум
для всех специальностей МГУЛ

Москва

Издательство Московского государственного университета леса

2014

УДК 519.21
ББК 22.171
П49 Полещук О.М., Комаров Е.Г. Типовые расчеты по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов: Практикум для студентов всех специальностей МГУЛ. – М.: ФГБОУ ВПО МГУЛ, 2014. – 104 с.: ил.

Рецензенты: доктор технических наук, профессор Домрачев В.Г.,
доктор технических наук, профессор Ретинская И.В.

Одобрено и рекомендовано к изданию в качестве пракикума редакционно-издательским советом университета.

Авторы: Ольга Митрофановна Полещук, д.т.н., профессор
Комаров Евгений Геннадиевич, д.т.н., профессор

Практикум

Полещук Ольга Митрофановна
Комаров Евгений Геннадиевич

Типовые расчеты по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов

В авторской редакции

Компьютерный набор и верстка авторов

По тематическому плану внутривузовских изданий учебной литературы на 2014 год.

Лицензия ЛР № 020718 от 02.02.1998 г.
Лицензия ЛР № 00326 от 14.02.2000 г.

Подписано к печати 05.05.2014 Формат $60 \times 90/16$
Бумага 80 г/$м^2$ Ризография
Гарнитура «Таймс» Заказ № 93 Тираж 100экз.
Объем 6,5 п. л.

Издательство Московского государственного университета леса, e-mail: izdat@mgul.ac.ru, 141005, Мытищи-5, Московская обл., 1-ая Институтская, 1, МГУЛ, телефон: (495) 588-57-62.
По вопросам приобретения литературы издательства ФГБОУ ВПО МГУЛ обращаться в отдел реализации, телефон: (498) 687-41-33, e-mail: kurilkina@mgul.ac.ru.

Оглавление

1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Задача 1. Студенты Иванов и Петров сдают экзамен. Событие A состоит в том, что Иванов успешно сдал экзамен, событие B состоит в том, что Петров успешно сдал экзамен. Найти событие, состоящее в том, что

а) только один студент успешно сдал экзамен;

б) только Иванов успешно сдал экзамен;

в) только Петров успешно сдал экзамен;

г) оба студента не сдали экзамен.

Решение.

Объединением событий A и B называется событие, состоящее в том, что произошло хотя бы одно из событий A, B, то есть

$$A \cup B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \, или \, \omega \in B\}.$$

Если события A и B не пересекаются, то их объединение называется суммой.

Пересечением событий A и B называется событие, состоящее в том, что произошло и событие A, и событие B, то есть

$$A \cap B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \, и \, \omega \in B\}.$$

Дополнением события A называется событие, состоящее из элементов Ω, не принадлежащих событию A, то есть

$$\overline{A} = \{\omega \in \Omega : \omega \notin A\}.$$

а) Событие «только один студент успешно сдал экзамен»= событию «Иванов сдал экзамен, Петров не сдал экзамен или Иванов не сдал экзамен, Петров сдал экзамен»= $A\overline{B} + \overline{A}B$.

б) Событие «только Иванов успешно сдал экзамен»=событию «Иванов сдал экзамен, Петров не сдал экзамен»= $A\overline{B}$;

в) Событие «только Петров успешно сдал экзамен»=событию «Петров сдал экзамен, Иванов не сдал экзамен»= $\overline{A}B$;

г) Событие «оба студента не сдали экзамен»= событию «Иванов не сдал экзамен и Петров не сдал экзамен»= $\overline{A}\overline{B}$.

Задача 2. Бросают две игральные кости. Найти вероятность, что на костях выпадет разное число очков, сумма которых не меньше 9.

Решение.

$$P(A)=\frac{m}{n},$$

где m - число элементарных событий, содержащихся в A, а n - число всех элементарных событий (элементов Ω).

Число всех элементарных событий равно $6^2=36$. Условие не меньше 9 означает больше или равно 9, то есть от 9 до 12. Выпишем нужные нам элементарные события – 3+6, 4+5, 4+6, 5+6, 6+3, 5+4, 6+4, 6+5, которых, как видно, 8. Следовательно, искомая вероятность равна

$$P=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}.$$

Задача 3. Бросаются три кости. Найти вероятность, что выпала шестерка и хотя бы раз пятерка.

Решение. Число всех элементарных событий равно $6^3=216$. Выпишем нужные нам элементарные события – 6, 5, любая цифра от 1 до 4; 5, 6, любая цифра от 1 до 4; любая цифра от 1 до 4, 6, 5; любая цифра от 1 до 4, 5, 6; 6, любая цифра от 1 до 4, 5; ; 5, любая цифра от 1 до 4, 6; 5, 5, 6; 6, 5, 5; 5, 6, 5, которых, как видно, 27. Следовательно, искомая вероятность равна

$$P=\frac{27}{216}=\frac{1}{8}.$$

Задача 4. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.6, 0.8, 0.7. Найти вероятность, что цель поразило хотя бы одно орудие.

Решение. По свойству вероятности

$$P(A)+P(\overline{A})=1,\; P(\overline{A})=1-P(A)$$

Событие «цель поразило хотя бы одно орудие» является дополнением события «ни одно оружие не поразило цель», а поэтому искомая вероятность равна

$$P=1-0.4\cdot 0.2\cdot 0.7=1-0.056=0.944.$$

Задача 5. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 12%, вследствие дефекта B 13%. Процент годной продукции составляет 85%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет оба дефекта.

Решение. $P(A)=0.12, P(B)=0.13, P(A\cup B)=1-0.85=0.15$. Так как $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$, то $P(AB)=0.12+0.13-0{,}15=0.1$.

Задача 6. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 11%, вследствие дефекта B 10%. Процент годной продукции составляет 87%. Установите соответствие между объемом n произведенной продукции и наиболее вероятным (наивероятнейшим) количеством изделий только с дефектом B

а) $n=300$;

б) $n=400$;

в) $n=500$.

Решение. $P(A)=0.11, P(B)=0.1, P(A\cup B)=1-0.87=0.13$. Так как $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$, то $P(AB)=0.11+0.1-0{,}13=0.08$. $P(\textit{изделие только с дефектом B})=0.1-0.08=0.02=p$.

Предположим, что проводится серия из n испытаний, которые состоят в наблюдении числа появлений события $A, P(A)=p$. Наивероятнейшим числом появления события A в n испытаниях является число np.

Нас в качестве такого события интересует событие «изделие только с дефектом B». Тогда наивероятнейшее число изделий только с дефектом B равно

а) 6;

б) 8;

в) 10.

Задача 7. Из колоды 36 карт вынимаются пять карт. Найти вероятность, что среди вынутых карт три семерки, валет и дама.

Решение. Число неупорядоченных выборок из n элементов по k равно

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

и называется числом сочетаний из n элементов по k.

$$P = \frac{C_4^3 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1}{\cdot C_{36}^5} = \frac{\frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{4!}{1!3!} \frac{4!}{1!3!}}{\frac{36!}{5!31!}} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{\frac{32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36} = 0.006$$

.

Задача 8. В урне находятся 5 белых шаров и 6 черных. Из урны вынимаются 2 шара. Найти вероятность, что

а) оба шара белые;

б) оба шара черные;

в) один шар белый и один шар черный.

Решение.

а) $\frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{4 \cdot 5}{10 \cdot 11} = \frac{2}{11}$;

б) $\frac{C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{5 \cdot 6}{10 \cdot 11} = \frac{3}{11}$;

в) $\dfrac{C_5^1 \cdot C_6^1}{C_{11}^2} = \dfrac{2 \cdot 5 \cdot 6}{10 \cdot 11} = \dfrac{6}{11}$.

Задача 9. На отрезок единичной длины случайным образом бросается точка. Найти вероятность того, что от точки до концов отрезка расстояние будет больше 0.1.

Решение. Точка должна лежать на отрезке длиной 0.8 (принадлежащем исходному единичному отрезку), расстояние, от концов которого, до ближайших концов исходного отрезка равно 0.1.

$$P = \frac{0.8}{1} = 0.8 \ .$$

Задача 10. Вероятность стандартного изделия равна 0.8. Найти вероятность, что из пяти наудачу отобранных изделий не менее четырех будут стандартными.

Решение.

$$P = C_5^4 (0.8)^4 (0.2)^1 + C_5^5 (0.8)^5 (0.2)^0 = 0.4096 + 0.32768 = 0.73728.$$

Задача 11. Вероятность бракованного изделия равна 0.003. Найти вероятность, что из 1000 изделий бракованных будет не больше 3.

Решение. Будем использовать теорему Пуассона $\lambda = 1000 \cdot 0.003 = 3$. Тогда вероятность приблизительно равна

$$P = \frac{3^0 e^{=3}}{0!} + \frac{3^1 e^{=3}}{1!} + \frac{3^2 e^{=3}}{2!} + \frac{3^3 e^{=3}}{3!} = 13e^{-3}.$$

Задача 12. Два завода выпускают изделия. С первого завода в магазин отбирается 45% изделий, со второго завода 55%. На первом заводе 90% годных изделий, на втором заводе 80% годных изделий. Найти вероятность, что случайно выбранное в магазине изделие окажется годным.

Решение. Будем применять формулу полной вероятности

$$P(A)=\sum_i P(A|B_i)\cdot P(B_i),$$

где $P(B_1)=0.45,\ P(B_2)=0.55, P(A|B_1)=0.9,\ P(A|B_2)=0.8$.

Искомая вероятность равна

$$P(A)=0.9\cdot 0.45+0.8\cdot 0.55=0.405+0.44=0.845.$$

Задача 13. В первой коробке 2 красных и 3 синих пуговиц, во второй коробке 2 красных и 2 синих пуговиц, а в третьей коробке 3 красных и 4 синих пуговиц. Из первой коробки взяли 1 пуговицу и переложили во вторую коробку, после этого из второй коробки взяли 1 пуговицу и переложили в третью коробку. Из третьей коробки взяли 1 пуговицу. Найти вероятность, что эта пуговица синяя.

Решение. Будем применять формулу полной вероятности. A- из третьей коробки взяли синюю пуговицу. B_1 - из первой коробки во вторую переложили красную пуговицу, из второй коробки в третью переложили красную пуговицу, B_2 - из первой коробки во вторую переложили красную пуговицу, из второй коробки в третью переложили синюю пуговицу, B_3 - из первой коробки во вторую переложили синюю пуговицу, из второй коробки в третью переложили красную пуговицу, B_4 - из первой коробки во вторую переложили синюю пуговицу, из второй коробки в третью переложили синюю пуговицу.

$$P(B_1)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25},\ P(B_2)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25},\ P(B_3)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25},\ P(B_1)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25},$$

$$P(A|B_1)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2},\ P(A|B_2)=\frac{5}{8},\ P(A|B_3)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2},\ P(A|B_4)=\frac{5}{8},$$

$$P(A)=\frac{6}{25}\cdot\frac{1}{2}+\frac{4}{25}\cdot\frac{5}{8}+\frac{6}{25}\cdot\frac{1}{2}+\frac{9}{25}\cdot\frac{5}{8}=\frac{24+20+24+45}{200}=\frac{113}{200}=0.565$$

Эту же задачу можно решить, разбив на два этапа и, применяя формулу полной вероятности два раза.

B_1 - из первой коробки во вторую переложили красную пуговицу, B_2 - из первой коробки во вторую переложили синюю пуговицу. C_1 из второй коробки в третью переложили красную пуговицу, C_2 из второй коробки в третью переложили синюю пуговицу.

$$P(B_1)=\frac{2}{5},\ P(B_2)=\frac{3}{5},\quad P(C_1|B_1)=\frac{3}{5},\ P(C_1|B_2)=\frac{2}{5},\ P(C_2|B_1)=\frac{2}{5},\ P(C_2|B_2)=\frac{3}{5},$$

$$P(C_1)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{12}{25},\ P(C_2)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{13}{25},\ P(A|C_1)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2},$$

$$P(A|C_2)=\frac{5}{8},\ P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{25}+\frac{5}{8}\cdot\frac{13}{25}=\frac{48+65}{200}=\frac{113}{200}=0.565$$

Замечание. Если, например, из второй коробки в третью перекладываются две пуговицы, то вместо гипотез C_1, C_2 нужно рассматривать три гипотезы D_1 -обе пуговицы красные, D_2 -обе пуговицы синие, D_3 -одна пуговица красная, одна синяя.

Задача 14. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора первой станции для передачи сообщения равна 0.4, вероятность выбора второй станции для передачи сообщения равна 0.6. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.7, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.8. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано второй станцией.

Решение. Будем применять формулу Байеса:

$$P(B_i|A)=\frac{P(B_iA)}{P(A)}=\frac{P(A|B_i)\cdot P(B_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)\cdot P(B_i)}.$$

B_1 - сообщение было передано первой станцией, B_2 - сообщение было передано второй станцией. A - сообщение было передано без помех.

$$P(B_2|A)=\frac{P(A|B_2)\cdot P(B_2)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(A|B_i)\cdot P(B_i)}=\frac{0.8\cdot 0.6}{0.7\cdot 0.4+0.8\cdot 0.6}=\frac{0.48}{0.76}=\frac{12}{19}.$$

Задача 15. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.6, 0.8, 0.7. Найти вероятность, что первое орудие поразило цель.

Решение. A - первое орудие поразило цель, B- два орудия поразили цель.

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.6\cdot 0.8\cdot 0.3+0.6\cdot 0.2\cdot 0.7}{0.6\cdot 0.8\cdot 0.3+0.6\cdot 0.2\cdot 0.7+0.4\cdot 0.8\cdot 0.7}=\frac{0.228}{0.452}=\frac{57}{113}$$

Задача 16. Случайная величина X задана распределением

x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
p_i	**0.15**	**0.2**	**0.25**	**0.4**

Найти $P(1\le X<8)$.

Решение. $P(1\le X<8)=P(X=1)+P(X=3)+P(X=5)=0.6$.

Задача 17. В условиях предыдущей задачи выбрать правильную функцию распределения вероятностей:

а) $F(x)=\begin{cases} 1, x\le 1 \\ 0.6,\ 1<x\le 3 \\ 0.35,\ 3<x\le 5 \\ 0.15,\ 5<x<8 \\ 0, x\ge 8 \end{cases}$ б) $F(x)=\begin{cases} 0, x\le 1 \\ 0.6,\ 1<x\le 3 \\ 0.15,\ 3<x\le 5 \\ 0.35,\ 5<x<8 \\ 0, x\ge 8 \end{cases}$

в) $F(x)=\begin{cases} 0, x\le 1 \\ 0.35,\ 1<x\le 3 \\ 0.15,\ 3<x\le 5 \\ 0.6,\ 5<x<8 \\ 1, x\ge 8 \end{cases}$ г) $F(x)=\begin{cases} 0, x<1 \\ 0.15,\ 1\le x<3 \\ 0.35,\ 3\le x<5 \\ 0.6,\ 5\le x<8 \\ 1, x\ge 8 \end{cases}.$

Решение.

Функция распределения вероятностей случайной величины (дискретной и непрерывной) обладает следующими свойствами.

1. $P(x_1 < X \le x_2) = F(x_2) - F(x_1)$.

2. Для $x_2 \ge x_1$ $F(x_2) \ge F(x_1)$, то есть функция распределения вероятностей является неубывающей.

3. $0 \le F(x) \le 1$.

4. $F(-\infty)=0, F(+\infty)=1$.

Этим свойствами обладает только функция варианта г).

Задача 18. Случайная величина X задана распределением

x_i	**2**	**6**
p_i	**0.4**	**0.6**

Найти $M(X), D(X)$.

Решение. Для дискретной случайной величины X математическое ожидание равно

$$M(X)=\sum_i x_i p_i.$$

Для дискретной случайной величины X дисперсия равна

$$D(X)=\sum_i (x_i - M(X))^2 p_i = \sum_i x_i^2 p_i - \left(\sum_i x_i p_i\right)^2.$$

$$M(X)=2\cdot 0.4+6\cdot 0.6=4.4,\ D(X)=2^2\cdot 0.4+6^2\cdot 0.6-(4.4)^2=3.84.$$

Задача 19. Функция распределения вероятностей случайной величины X имеет вид

$$F(x)=\begin{cases} 0, x<0 \\ \dfrac{x}{5},\ 0\le x<5. \\ 1, x\ge 5 \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей, $M(X)$, $D(X)$.

Решение. Для непрерывной случайной величины X с плотностью распределения вероятностей $f(x)$ математическое ожидание равно

$$M(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

Для непрерывной случайной величины X с плотностью распределения вероятностей $f(x)$ дисперсия равна

$$D(X)=\int_{-\infty}^{\infty}(x-M(X))^2 f(x)dx=\int_{-\infty}^{\infty}x^2 f(x)dx-\left(\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx\right)^2.$$

$$f(x)=F'(x).$$

$$f(x)=\begin{cases} 0, x<0 \\ \dfrac{1}{5},\ 0\le x<5 \\ 0, x\ge 5 \end{cases}$$

$$M(X)=\int_0^5 x\cdot\frac{1}{5}dx=2.5,\ D(X)=\int_0^5 x^2\cdot\frac{1}{5}dx-(2.5)^2=\frac{25}{3}-\frac{25}{4}=\frac{25}{12}.$$

Задача 20. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0.75. Найти вероятность, что при 10 выстрелах произойдет 8 поражений мишени.

Решение. Согласно локальной теореме Муавра-Лапласа

$$P_n(k)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$$

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}},\ x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}.$$

$$x=\frac{8-10\cdot 0.75}{\sqrt{10\cdot 0.75\cdot 0.25}}=0.368.$$

По таблице приложения 1 $\varphi(0.368)=0.373$, поэтому искомая вероятность равна

$$P_{10}(8)\approx\frac{1}{\sqrt{10\cdot 0.75\cdot 0.25}}\cdot 0.373\approx 0.275.$$

При небольшом числе n и k подобную задачу можно решить, не пользуясь локальной теоремой Муавра-Лапласа, а определяя искомую вероятность напрямую.

$$P_{10}(8)=C_{10}^{8}\cdot(0.75)^8\cdot(0.25)^2=45\cdot(0.75)^8\cdot(0.25)^2\approx 0.282.$$

Задача 21. Вероятность дождливого дня на Сицилии равна 0.1. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 30 до 50 дождливых дней.

Решение. Согласно интегральной теореме Муавра-Лапласа

$$P_n(k_1,k_2)\approx(\Phi(x_2)-\Phi(x_1)),$$

$$\Phi(x)=\int_0^x\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}dy,\ x_2=\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}},x_1=\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}.$$

Функция $\Phi(x)=\int_0^x\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}dy$ называется функцией Лапласа, для ее значений составлена таблица (приложение 2). Значением функции Лапласа $\Phi(a)=\int_0^a\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}dy$ является площадь фигуры, ограниченная графиком функции $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ и двумя вертикальными прямыми $x=0, x=a$.

$$P_{365}(30{,}50)\approx(\Phi(2.37)+\Phi(1.14))=0.491+0.373=0.864.$$

Задача 22. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=2. Какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.8?

Решение.

$$P(|X-a|\le\delta)=P\left(\left|\frac{X-a}{\sigma}\right|\le\frac{\delta}{\sigma}\right)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$$

$$P(|X-a|\le\delta)=2\Phi\left(\frac{\delta}{2}\right)=0.8\Rightarrow\Phi\left(\frac{\delta}{2}\right)=0.4.$$

Из таблицы для функции Лапласа $\frac{\delta}{2}=1.28\Rightarrow\delta=2.56$.

Задача 23. Случайная величина X в интервале $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C\cos x$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

Решение. По свойству плотности распределения вероятностей

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}c\cos x dx=1,\ c\sin\frac{\pi}{2}-c\sin 0=1\Rightarrow c=1.$$

По свойству функции распределения вероятностей

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(y)dy \Rightarrow F(x)=\int_{0}^{x}\cos y dy=\sin x,\ x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow$$

$$F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ \sin x,\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\\ 1, x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}.$$

$$M(X)=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} xd\sin x=\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}-\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=\frac{\pi}{2}-\cos 0=\frac{\pi}{2}-1.$$

$$D(X)=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos x dx-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)^2=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x^2 d\sin x=\frac{\pi^2}{4}\sin\frac{\pi}{2}-2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)^2=$$

$$=\frac{\pi^2}{4}-2\frac{\pi}{2}\cos 0+2\sin\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)^2=\frac{\pi^2}{4}-\pi+2-\frac{\pi^2}{4}+\pi-1=1.$$

Задача 24. Вероятность появления события A в каждом из 50 испытаний равна 0.7. Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность появления события A в 50 испытаниях от 30 до 40 раз.

Решение. Неравенство Чебышева имеет вид

$$P(|X-M(X)|\le\varepsilon)\ge 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2}.$$

$$M(X)=np=50\cdot 0.7=35,\ D(X)=npq=50\cdot 0.7\cdot 0.3=10.5\Rightarrow$$

$$P(|X-35|\le 5)\ge 1-\frac{10.5}{5^2}=0.58.$$

Задача 25. Пусть $X_1, X_2, ..., X_n$ - независимые случайные величины, имеющие одинаковые математические ожидания $M(X_1)=3$ и дисперсии $D(X_1)=5$, $n=100$. Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность отклонения по абсолютной величине среднего арифметического случайных величин от математического ожидания $M(X_1)=3$ на 0.5.

Решение. Неравенство Чебышева для суммы случайных величин имеет вид

$$P\left(\left|\frac{\sum_i X_i}{n}-M(X)\right|\le\varepsilon\right)\ge 1-\frac{D(X)}{n\varepsilon^2}.$$

$$P\left(\left|\frac{\sum_i X_i}{n}-3\right|\le 0.5\right)\ge 1-\frac{5}{100(0.5)^2}=0.8.$$

Задача 26. Даны распределения дискретных случайных величин X и Y.

x_i	**2**	**3**
p_i	**0.3**	**0.7**

y_i	**1**	**4**
p_i	**0.9**	**0.1**

Найти распределение $X+Y$ и XY.

Решение.

x_i+y_i	**3**	**4**	**6**	**7**
p_i	$0.3\cdot 0.9=0.27$	$0.7\cdot 0.9=0.63$	$0.3\cdot 0.1=0.03$	$0.7\cdot 0.1=0.07$

$x_i y_i$	**2**	**3**	**8**	**12**

p_i	$0.3\cdot 0.9=0.27$	$0.7\cdot 0.9=0.63$	$0.3\cdot 0.1=0.03$	$0.7\cdot 0.1=0.07$

Задача 27. Дано совместное распределение случайных величин X и Y.

$Y\setminus X$	**1**	**3**
1	**0.15**	**0.1**
3	**0.25**	**0.05**
6	**0.05**	**0.4**

Найти условное распределение $P(X|Y=6)$, $P(1<X\le 3)$, $P(1\le Y<6)$.

Решение.

Чтобы найти $P(Y=6)$, нужно взять строку, соответствующую $Y=6$ и сложить стоящие там вероятности. Чтобы найти $P(X|Y=6)$, нужно элементы этой строки разделить на $P(Y=6)$.

x_i	**1**	**3**
$P(X=x_i\|Y=6)$	$\dfrac{0.05}{0.05+0.4}=\dfrac{1}{9}$	$\dfrac{0.4}{0.05+0.4}=\dfrac{8}{9}$

Чтобы найти $P(1<X\le 3)$, нужно сложить вероятности столбца, соответствующего $X=3$:

$$P(1<X\le 3)=0.1+0.05+0.4=0.55.$$

Чтобы найти $P(1\le Y<6)$, нужно сложить вероятности строк, соответствующих $Y=1$ и $Y=3$:

$$P(1\le Y<6)=0.15+0.1+0.25+0.05=0.55.$$

Задача 28. Какая из матриц может быть ковариационной матрицей двух случайных величин?

а) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Решение.

Коэффициентом ковариации случайных величин X и Y называется величина

$$\operatorname{cov}(X,Y) = M[(X - M(X))(Y - M(Y))].$$

Поскольку $\operatorname{cov}(X,Y) = \operatorname{cov}(Y,X)$, а $\operatorname{cov}(X,X) = D(X), \operatorname{cov}(Y,Y) = D(Y)$, то ковариационная матрица двух случайных величин представляет собой матрицу размера 2×2, симметричную относительно главной диагонали. На главной диагонали ковариационной матрицы расположены дисперсии случайных величин (которые по свойству всегда неотрицательны).

Таким условиям удовлетворяет только матрица в).

Задача 29. Какая из матриц может быть корреляционной матрицей двух случайных величин?

а) $\begin{pmatrix} 1 & 07 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -0.3 \\ -0.3 & 1 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 3 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Решение. Коэффициентом корреляции случайных величин X и Y называется величина

$$r_{x,y} = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}}.$$

Поскольку $\operatorname{cov}(X,Y) = \operatorname{cov}(Y,X)$, а $\operatorname{cov}(X,X) = D(X), \operatorname{cov}(Y,Y) = D(Y)$, то корреляционная матрица двух случайных величин представляет собой матрицу размера 2×2, симметричную относительно главной диагонали, на которой расположены единицы. Остальные ее элементы не превосходят по модулю единицы.

Таким условиям удовлетворяет только матрица а).

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Задача 1. Объем выборки равен $n=50$. Найти x.

x_i	11	12	13	14	15	16
n_i	3	6	x	19	14	2

Решение.

$\sum_i n_i = n \Rightarrow x = 50-3-6-19-14-2=6$.

Задача 2. Объем выборки равен $n=100$. Найти относительную частоту x и частоту n_4 элемента выборки 4.

x_i	-1	0	3	4	9	11
$\frac{n_i}{n}$	0.05	0.15	0.3	x	0.2	0.1

Решение. $\sum_i n_i = n \Rightarrow \sum_i \frac{n_i}{n} = 1 \Rightarrow x = 1-0.05-0.15-0.3-0.2-0.1=0.2$,

$n_4 = 100\cdot 0.2 = 20$.

Задача 3. Построить эмпирическую функцию распределения вероятностей.

x_i	**2**	**5**	**8**	**12**
$\frac{n_i}{n}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$

Решение. Эмпирическая функция распределения делает скачок в точке 2, величина скачка равна $\frac{2}{9}$, следующий скачок происходит в точке 5, его величина скачка равна $\frac{1}{9}$, очередные скачки происходят в точках 8 и 12 и имеют величины соответственно $\frac{2}{9}$ и $\frac{4}{9}$. То есть

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, x < 2 \\ \frac{2}{9}, 2 \le x < 5 \\ \frac{1}{3}, 5 \le x < 8 \\ \frac{5}{9}, 8 \le x < 12 \\ 1, x \ge 12 \end{cases}.$$

Задача 4. Вычислить выборочное среднее, выборочную дисперсию и исправленную выборочную дисперсию.

x_i	**-5**	**-4**	**-1**	**0**	**1**	**2**
n_i	**30**	**20**	**10**	**30**	**20**	**10**

Решение. Объем выборки равен $n = \sum_{i=1}^{6} n_i = 30 + 20 + 10 + 30 + 20 + 10 = 120$.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i x_i}{n} = -\frac{5}{4} - \frac{4}{6} - \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{2}{12} = -\frac{5}{3},$$

$$s_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{25}{4} + \frac{16}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{4}{12} - \frac{25}{9} \approx 6.722, \ s_1^2 = \frac{n}{n-1} s_0^2,$$

$$s_1^2 = \frac{120}{119} \cdot 6.722 \approx 6.778$$

Ответ. $\overline{x} = -\frac{5}{3}$, $s_0^2 \approx 6.722, s_1^2 \approx 6.778.$

Задача 5. Вычислить $\overline{x}$ и s_1^2 (исправленную выборочную дисперсию) по выборке 10, 12, 14.

Решение.

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ,$$

$$s_0^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 ,$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i}{n} = \frac{10+12+14}{3} = 12 ,$$

$$s_1^2 = \frac{1}{2}\left((10-12)^2 + (12-12)^2 + (14-12)^2\right) = 4 .$$

Задача 6. Найти размах, моду и медиану вариационного ряда

10;11;11;11;11;13;15;16;16;16;16;35.

Решение. Размахом вариационного ряда называется разность между его максимальным элементом и минимальным. Модой называется элемент выборки, встречающийся с наибольшей частотой. В качестве медианы в выборке объема $2n+1$ берется значение $x_{(n+1)}$ в вариационном ряде. Если объем выборки равен $2n$, то в качестве оценки медианы берется $\frac{1}{2}(x_{(n)} + x_{(n+1)})$.

Размахом является 35-10=25. В выборке две моды – 11 и 16. Объем выборки равен 12, поэтому медиана равна $\frac{1}{2}(13+15) = 14$.

Задача 7. Дана выборка 14;18;22. Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

Решение. Несмещенными оценками математического ожидания и дисперсии являются соответственно выборочное среднее и исправленная выборочная дисперсия.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i}{n} = \frac{14+18+22}{3} = 18,$$

$$s_1^2 = \frac{1}{2}\left((18-14)^2 + (18-18)^2 + (22-18)^2\right) = 16.$$

Задача 8. Выборка - 3, - 2, - 1, - 1, - 2, - 6, - 4, - 5, - 3 принадлежит равномерному на $[-\theta, 0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

Решение. Плотностью равномерного на $[a,b]$ распределения является функция

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, x \in [a,b] \\ 0, x \notin [a,b] \end{cases}.$$

Согласно методу моментов

$$\int_{-\theta}^{0} x \cdot \frac{1}{\theta} dx = \bar{x}.$$

Откуда получаем

$$-\frac{\theta}{2} = \bar{x} \Rightarrow \theta = -2\bar{x} \Rightarrow \theta = -2 \cdot \frac{-3-2-1-1-2-6-4-5-3}{9} = 6.$$

Задача 9. Выборка 9, 8, 3, 9, 6, 4, 5, 12 принадлежит равномерному на $[0, \theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

Решение. Согласно методу моментов

$$\int_{0}^{\theta} x \cdot \frac{1}{\theta} dx = \bar{x}.$$

Откуда получаем

$$\frac{\theta}{2}=\overline{x}\Rightarrow\theta=2\overline{x}\Rightarrow\theta=2\cdot\frac{9+8+3+9+6+4+5+12}{8}=14.$$

Задача 10. Выборка 1, 2, 3 принадлежит показательному распределению с плотностью распределения вероятностей

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases}$$

Найти оценку максимального правдоподобия для неизвестного параметра λ.

Решение.

Функция правдоподобия имеет вид:

$$L(x,\lambda)=\lambda e^{-\lambda x_1}\cdot\lambda e^{-\lambda x_2}\cdot\ldots\cdot\lambda e^{-\lambda x_n}=\lambda^n e^{-\lambda\sum_i x_i}.$$

Логарифмическая функция правдоподобия имеет вид:

$$l(x,\lambda)=n\ln\lambda-\sum_i x_i.$$

Для нахождения точки максимума логарифмической функции правдоподобия найдем ее производную и приравняем к нулю.

$$\frac{\partial l(x,\lambda)}{\partial\lambda}=\frac{n}{\lambda}-\sum_i x_i=0.$$

Отсюда критическая точка:

$$\lambda=\frac{n}{\sum_i x_i}=\frac{1}{\overline{x}}.$$

Найдем вторую производную функции $l(x,\lambda)$ по λ и убедимся, что она отрицательна в этой точке:

$$\frac{\partial^2 l(x,\lambda)}{\partial\lambda^2}=-\frac{n}{\lambda^2}=<0.$$

Следовательно, $\frac{1}{\overline{x}}$ действительно является точкой максимума функции $l(x,\lambda)$ и оценкой максимального правдоподобия для неизвестного параметра λ.

$$\bar{x} = \frac{1+2+3}{3} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}.$$

Задача 11. $\bar{x} = 21.5$. Какой из интервалов может быть доверительным интервалом для математического ожидания

а) $(-10;30)$, б) $(19;24)$, в) $(20;24)$, г) $(-22;22)$?

Решение. Доверительный интервал для математического ожидания всегда симметричен относительно $\bar{x}$, то есть $\bar{x}$ является серединой доверительного интервала. Чтобы проверить это, нужно сложить концы интервала и поделить пополам. Такому условию удовлетворяет только интервал б).

Задача 12. Интервал $(15;25)$ является доверительным интервалом для неизвестного математического ожидания. Найти точность полученной интервальной оценки.

Решение. Если дисперсия неизвестна (как в решаемой задаче), то α-доверительный интервал для a:

$$\bar{x} - \frac{\Delta_{n-1,\alpha} s_1}{\sqrt{n}} \le a \le \bar{x} + \frac{\Delta_{n-1,\alpha} s_1}{\sqrt{n}}.$$

Точность интервальной оценки равна

$$\frac{\Delta_{n-1,\alpha} s_1}{\sqrt{n}}$$

где $\Delta_{n-1,\alpha}$ находится из таблицы для вероятностей $P(|t_{n-1}| > \Delta_{n-1,\alpha}) = \alpha$ распределения Стьюдента - t_{n-1} с $n-1$ степенью свободы (приложение 3), n - объем выборки, s_1 - корень квадратный из исправленной выборочной дисперсии.

Задача 13. Интервал $(2;4)$ является доверительным интервалом для неизвестного математического ожидания при определенном уровне надежности (доверительной вероятности) γ. Каким может быть доверительный интервал для неизвестного математического ожидания при уменьшении γ

а) $(1;5)$, б) $(1;3)$, в) $(2;6)$, г) $(2.5;3.5)$?

Решение. Если доверительная вероятность уменьшается, то доверительный интервал становится уже (лежит внутри исходного интервала), оставаясь при этом симметричным относительно $\overline{x}$. Этому условию удовлетворяет только интервал г).

Задача 14. Выборка 2, 4, 6 принадлежит нормальному распределению, $\sigma^2 = 4$. Построить доверительный интервал для математического ожидания, $1-\alpha = 0.95$.

Решение.

$$\overline{x} - \frac{\Delta_{\frac{1-\alpha}{2}}\sigma}{\sqrt{n}} \le a \le \overline{x} + \frac{\Delta_{\frac{1-\alpha}{2}}\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$\overline{x} = \frac{2+4+6}{3} = 4, \Delta_{0.475} = 1.96, \sigma = 2, \sqrt{n} = \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$1.721 \le a \le 6.279.$$

Задача 15. Выборка 2, 4, 6 принадлежит нормальному распределению с математическим ожиданием $a = 4$. Построить доверительный интервал для σ^2, $1-\alpha = 0.9$.

Решение.

$$\delta^{-1}_{n,\frac{\alpha}{2}} \sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2 \le \sigma^2 \le \delta^{-1}_{n,1-\frac{\alpha}{2}} \sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2,$$

$\delta_{n,1-\frac{\alpha}{2}}, \delta_{n,\frac{\alpha}{2}}$ определяются из таблицы для вероятностей $P\left(\chi_n{}^2 > \delta_{n,\gamma}\right) = \gamma$ хи-квадрат распределения с n степенями свободы (приложение 4).

$$\delta_{3,0.95} = 0.35, \delta_{3,0.05} = 7.81, (2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2 = 8 \Rightarrow$$

$$1.024 \le \sigma^2 \le 22.857.$$

Задача 16. Выборка 2, 4, 6 принадлежит нормальному распределению с неизвестными математическим ожиданием и дисперсий. Построить доверительный интервал для математического ожидания и дисперсии, $1-\alpha = 0.95$.

Решение.

$$\bar{x} - \frac{\Delta_{n-1,\alpha} s_1}{\sqrt{n}} \le a \le \bar{x} + \frac{\Delta_{n-1,\alpha} s_1}{\sqrt{n}},$$

$$\delta^{-1}_{n,\frac{\alpha}{2}} (n-1) s_1{}^2 \le \sigma^2 \le \delta^{-1}_{n,1-\frac{\alpha}{2}} (n-1) s_1{}^2,$$

где $\Delta_{n-1,\alpha}$ находится из таблицы для вероятностей $P\left(|t_{n-1}| > \Delta_{n-1,\alpha}\right) = \alpha$ распределения Стьюдента - t_{n-1} с $n-1$ степенью свободы (приложение 3), n - объем выборки, s_1 - корень квадратный из исправленной выборочной дисперсии, $\delta_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}, \delta_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$ определяются из таблицы для вероятностей $P\left(\chi_{n-1}{}^2 > \delta_{n-1,\gamma}\right) = \gamma$ хи-квадрат распределения с $n-1$ степенью свободы (приложение 4).

$$\bar{x} = \frac{2+4+6}{3} = 4, \Delta_{0.475} = 4.3, s_1^2 = \frac{1}{2}\left((2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2\right) = 4, s_1 = 2,$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{3},\ \delta_{2,0.025} = 7.38,\ \delta_{2,0.975} = 0.05 \Rightarrow$$

$$4 - \frac{4.3 \cdot 2}{\sqrt{3}} \le a \le 4 + \frac{4.3 \cdot 2}{\sqrt{3}},$$

$$-1 \le a \le 9,$$

$$1.08 \le \sigma^2 \le 160.$$

Задача 17. Из нормальной генеральной совокупности с известной дисперсией σ^2 извлечена выборка объема n и по ней найдена выборочная средняя $\bar{x}$. Тогда для проверки гипотезы $H_0: M(X)=6$ против альтернативной гипотезы $H_1: M(X)\neq 6$ используется статистика критерия

а) $\dfrac{(\bar{x}+6)\sqrt{n}}{\sigma}$, б) $\dfrac{(\bar{x}-6)}{\sigma\sqrt{n}}$, в) $\dfrac{(\bar{x}-6)\sqrt{n}}{\sigma}$, г) $\dfrac{(\bar{x}-6)\sigma}{\sqrt{n}}$.

Решение. Различие между выборочным средним и предполагаемым значением математического ожидания $M(X)=m_0$ исследуют, используя статистику критерия:

$$\frac{(\bar{x}-m_0)\sqrt{n}}{\sigma}.$$

Поэтому правильным ответом является вариант в).

Задача 18. По двум выборкам случайных величин X и Y объемов соответственно $n=10, m=13$ вычислены исправленные выборочные дисперсии $s_{1x}^2=7.6,\ s_{1y}^2=4.7$. Как определяется критическая точка распределения Фишера для проверки гипотезы $H_0: D(X)=D(Y)$ против альтернативной гипотезы $H_1: D(X)>D(Y)$, $\alpha=0.01$?

а) $F_{кр}(0.01;10;13)$, б) $F_{кр}(0.01;9;12)$, в) $F_{кр}(0.01;12;9)$, г) $F_{кр}(0.01;13;10)$

Решение. Для определения критической точки берется значение α, число степеней свободы без единицы для выборки с большей дисперсией и число степеней свободы без единицы для выборки с меньшей дисперсией.

Поэтому правильным является вариант б).

Задача 19. Выборка разбита на 9 интервалов, $\alpha = 0.05$. Тогда критическая точка для проверки гипотезы о нормальном распределении выборки определяется следующим образом

а) $\chi^2_{9,0.05}$, б) $\chi^2_{8,0.05}$, в) $\chi^2_{6,0.05}$, г) $\chi^2_{5,0.05}$.

Решение. Нормальное распределение определяется двумя параметрами – математическим ожиданием и дисперсией, которые в данной задаче неизвестны. Поэтому число степеней свободы равно 9-1-2=6.

Правильным является вариант в).

Задача 20. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -3, $\bar{x} = 12, \bar{y} = 40$. Определить уравнение регрессии.

Решение.

$$y = bx + a,\ b = -3, a = \bar{y} - b\bar{x} \Rightarrow a = 40 + 36 = 76 \Rightarrow y = -3x + 76.$$

Задача 21. Выборочный коэффициент корреляции равен $r_{xy} =$ -0.8, $\sigma_x = 2,\ \sigma_y = 3,\ \bar{x} = 12, \bar{y} = 40$. Определить уравнение регрессии.

Решение.

$$y = bx + a,\ b = r_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}, a = \bar{y} - b\bar{x} \Rightarrow b = -0.8 \cdot \frac{3}{2} = -1.2,\ a = 40 + 1.2 \cdot 12 = 54.4 \Rightarrow$$

$$y = -1.2x + 54.4.$$

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Задача 1. $Z(t)=\xi t+b$, ξ - случайная величина, b- постоянная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $Z(t)$.

Решение. Реализации случайного процесса (элементарной случайной функции) $Z(t)$ образуют семейство прямых с одинаковым свободным членом равным b и различными угловыми коэффициентами.

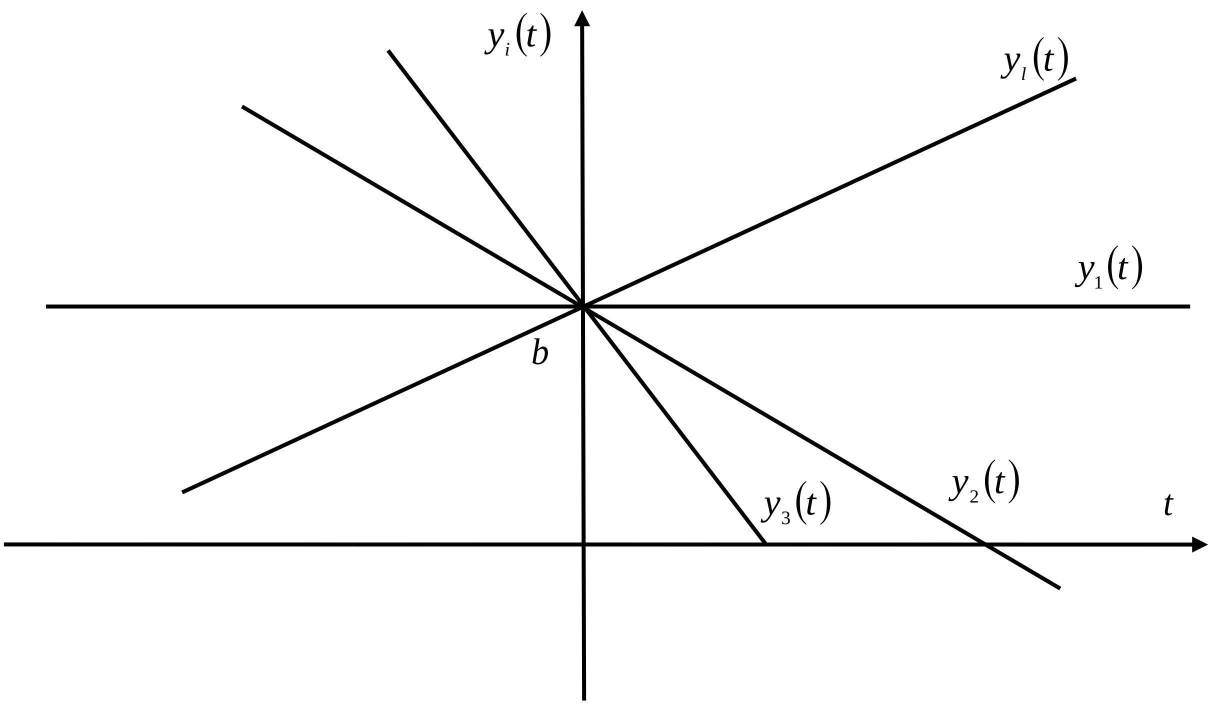

Рис. 1. Реализации случайного процесса $Z(t)=\xi t+b$

Задача 2. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 6. Чему равна вероятность, что в течение двух суток в порт прибудут 10 судов для разгрузки?

Решение. Будем использовать пуассоновский поток (процесс Пуассона) $\xi(t)$.

$$P(\xi(t)=k)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}.$$

Число λ называется плотностью пуассоновского потока, то есть среднее число событий, приходящихся на единицу времени.

$$P(\xi(2)=10)=\frac{(12)^{10}}{10!}e^{-12}.$$

Задача 3. Найти $m(t),\ D(t),\ R(t_1,t_2)$ случайного процесса $X(t)=Yt^2$, где Y - случайная величина с характеристиками $M(Y)=3,\ D(Y)=2$.

Решение.

Найдем математическое ожидание случайного процесса:

$$m(t)=M(Y)t^2=3t^2.$$

Найдем дисперсию случайного процесса:

$$D(t)=D(Y)t^4=2t^4.$$

Найдем корреляционную функцию случайного процесса:

$$\begin{aligned}
R(t_1,t_2)&=M\left(\left(X(t_1)-M\left(X(t_1)\right)\right)\left(X(t_2)-M\left(X(t_2)\right)\right)\right)=\\
&=M\left(\left(Yt_1^2-3t_1^2\right)\left(Yt_2^2-3t_2^2\right)\right)=M\left(Y^2t_1^2t_2^2-6Yt_1^2t_2^2+9t_1^2t_2^2\right)=\\
&=t_1^2t_2^2\left(M\left(Y^2\right)-6M(Y)+9\right)=t_1^2t_2^2\left(D(Y)+\left(M(Y)\right)^2-6M(Y)+9\right)\\
&=t_1^2t_2^2(2+9-18+9)=2t_1^2t_2^2.
\end{aligned}$$

Задача 4. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса

$X(t)=\sum_{k=1}^{3}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k,V_k,k=\overline{1,3}$ - некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=5,\ D(U_2)=D(V_2)=6,\ D(U_3)=D(V_3)=4.$$

Решение. Частотам $\lambda_1=1,\lambda_2=2,\ \lambda_3=3$ соответствуют дисперсии гармоник стационарного процесса: $D_1=5,D_2=6,D_3=4$. По оси абсцисс откладываются частоты $\lambda_1=1,\lambda_2=2,\ \lambda_3=3$, а по оси ординат - соответствующие дисперсии $D_1=5,D_2=6,D_3=4$.

Задача 5. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

Решение.

$$\vec{\pi}_1 = \vec{\pi}_0 \times P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \times \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \left(\frac{5}{12}, \frac{7}{12}\right) \Rightarrow$$

Вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние, равна $\frac{7}{12}$.

Задача 6. Пусть $X(t) = Y\cos t$, где Y - дискретная случайная величина, имеющая распределение

y_i	-4	2	7
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Найти одномерные распределения случайного процесса $X(t)$ в моменты времени $t_1 = 0,\ t_2 = \frac{\pi}{3},\ t_3 = \frac{\pi}{2}$.

Решение. $t_1 = 0$

$X(0)$	-4	2	7

p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

$t_2 = \frac{\pi}{3}$

$X\left(\frac{\pi}{3}\right)$	-2	1	3.5
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

$t_3 = \frac{\pi}{2}$

$X\left(\frac{\pi}{2}\right)$	0
p_i	1

Задача 7. Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид

$$f(\lambda) = \begin{cases} 2, \lambda \in [0,5] \\ 0, \lambda \notin [0,5] \end{cases}.$$

Найти корреляционную функцию и дисперсию этого процесса.

Решение.

$$R(\tau) = \int_0^5 2\cos\lambda\tau d\lambda = 2\frac{\sin\lambda\tau}{\tau}\Big|_0^5 = 2\frac{\sin 5\tau}{\tau},\ D_x = R(0) =$$

$$2\lim_{\tau\to 0}\frac{\sin 5\tau}{\tau} = 2\times 5\lim_{\tau\to 0}\frac{\sin 5\tau}{5\tau} = 10.$$

Задачи для типового расчета по теории вероятностей

Задача № 1

1. Из колоды 36 карт вынимаются четыре карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт два туза, валет и шестерка.
2. Бросаются три кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков будет не меньше 7.
3. Из колоды 36 карт вынимаются три карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт король, дама и десятка.
4. Бросаются три кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков будет не больше 13.
5. Из колоды 36 карт вынимаются пять карт. Найти вероятность, что среди вынутых карт три семерки, валет и дама.
6. Бросаются три кости. Найти вероятность, что два раза выпала шестерка и один раз тройка.
7. Из колоды 36 карт вынимаются три карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт по крайней мере один туз.
8. Бросаются три кости. Найти вероятность, что четверка выпала хотя бы один раз.
9. Из колоды 36 карт вынимаются четыре карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт туз, две дамы и шестерка.
10. Бросаются три кости. Найти вероятность, что шестерка выпала не больше двух раз.
11. Из колоды 36 карт вынимаются четыре карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт по крайней мере два короля.
12. Бросаются три кости. Найти вероятность, что ни разу не выпала пятерка.
13. Из колоды 36 карт вынимаются три карты. Найти вероятность, что среди вынутых не больше двух дам.

14. Бросаются три кости. Найти вероятность, что выпала два раза двойка и один раз тройка.

15. Из колоды 36 карт вынимаются пять карт. Найти вероятность, что среди вынутых карт две семерки, валет и шестерка.

16. Бросаются три кости. Найти вероятность, что тройка выпала по крайней мере один раз.

17. Из колоды 36 карт вынимаются четыре карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт не больше трех тузов.

18. Бросаются три кости. Найти вероятность, что пятерка выпала не больше двух раз.

19. Из колоды 36 карт вынимаются четыре карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт одна шестерка и по крайней мере один туз.

20. Бросаются три кости. Найти вероятность, что ни разу не выпала ни пятерка, ни шестерка.

21. Из колоды 36 карт вынимаются три карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт один король и по крайней мере один валет.

22. Бросаются три кости. Найти вероятность, что выпала шестерка и хотя бы раз пятерка.

23. Из колоды 36 карт вынимаются четыре карты. Найти вероятность, что среди вынутых карт нет туза.

24. Бросаются три кости. Найти вероятность, что шестерка выпала больше одного раза.

25. Из колоды 36 карт вынимаются пять карт. Найти вероятность, что среди вынутых карт два туза, валет и две шестерки.

Задача № 2

1. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 11%, вследствие дефекта B 14%. Процент годной продукции составляет 85%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет оба дефекта.

2. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 10%, вследствие дефекта B 12%. Процент годной продукции составляет 87%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом A имеет и дефект B.

3. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 8%, вследствие дефекта B 10%. Процент годной продукции составляет 88%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом B имеет и дефект A.

4. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 13%, вследствие дефекта B 12%. Процент годной продукции составляет 85%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект B.

5. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 12%, вследствие дефекта B 13%. Процент годной продукции составляет 84%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект A.

6. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 9%, вследствие дефекта B 8%. Процент годной продукции составляет 86%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет оба дефекта.

7. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 11%, вследствие дефекта B 9%. Процент годной продукции составляет 84%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом A имеет и дефект B.

8. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 8%, вследствие дефекта B 12%. Процент годной продукции составляет 88%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом B имеет и дефект A.

9. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 10%, вследствие дефекта B 15%. Процент годной продукции составляет 80%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект B.

10. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 6%, вследствие дефекта B 7%. Процент годной продукции составляет 90%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект A.

11. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 14%, вследствие дефекта B 11%. Процент годной продукции составляет 85%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет оба дефекта.

12. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 12%, вследствие дефекта B 10%. Процент годной продукции составляет 87%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом A имеет и дефект B.

13. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 10%, вследствие дефекта B 8%. Процент годной продукции составляет 88%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом B имеет и дефект A.

14. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 14%, вследствие дефекта B 16%. Процент годной продукции составляет 81%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект B.

15. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 4%, вследствие дефекта B 6%. Процент годной продукции составляет 93%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект A.

16. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 7%, вследствие дефекта B 5%. Процент годной продукции составляет 92%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет оба дефекта.

17. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 9%, вследствие дефекта B 5%. Процент годной продукции составляет 90%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом A имеет и дефект B.

18. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 8%, вследствие дефекта B 10%. Процент годной продукции составляет 89%.

Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом B имеет и дефект A.

19. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 3%, вследствие дефекта B 2%. Процент годной продукции составляет 96%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект B.

20. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 2%, вследствие дефекта B 3%. Процент годной продукции составляет 96%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект A.

21. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 10%, вследствие дефекта B 14%. Процент годной продукции составляет 83%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет оба дефекта.

22. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 10%, вследствие дефекта B 7%. Процент годной продукции составляет 88%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом A имеет и дефект B.

23. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 9%, вследствие дефекта B 10%. Процент годной продукции составляет 88%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие с дефектом B имеет и дефект A.

24. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 15%, вследствие дефекта B 12%. Процент годной продукции составляет 83%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект B.

25. Брак при производстве изделия вследствие дефекта A составляет 12%, вследствие дефекта B 16%. Процент годной продукции составляет 81%. Найти вероятность, что наудачу взятое изделие имеет только дефект A.

Задача № 3

1. В первой урне 3 белых и 2 черных шара, во второй урне 4 белых и 4 черных шара, а в третьей урне 5 белых и 6 черных шаров. Из первой урны взяли 2 шара и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли один шар и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар белый.

2. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 6 простых задач и 6 задач повышенной сложности, во втором конверте находятся 4 простые задачи и 8 задач повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 3 простые задачи и 9 задач повышенной сложности. Из первого конверта во второй экзаменатор перекладывает 1 задачу, после этого из второго конверта в третий он перекладывает 2 задачи. Студент из третьего конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется простая задача.

3. В первой урне 5 белых и 3 черных шара, во второй урне 3 белых и 5 черных шара, а в третьей урне 4 белых и 4 черных шаров. Из первой урны взяли 1 шар и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли 2 шара и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар черный.

4. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 8 простых задач и 4 задачи повышенной сложности, во втором конверте находятся 6 простых задач и 10 задач повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 4 простые задачи и 6 задач повышенной сложности. Из первого конверта во второй экзаменатор перекладывает 2 задачи, после этого из второго конверта в третий он перекладывает 1 задачу. Студент из третьего конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется задача повышенной сложности.

5. В первой коробке 10 красных и 5 синих пуговиц, во второй коробке 6 красных и 9 синих пуговиц, а в третьей коробке 4 красных и 11 синих пуговиц. Из первой коробки взяли 2 пуговицы и переложили во вторую коробку, после этого из второй коробки взяли 1 пуговицу и переложили в

третью коробку. Из третьей коробки взяли 1 пуговицу. Найти вероятность, что эта пуговица красная.
6. Контролер делает выборочную проверку изделий на качество из трех урн. В первой урне содержится 10 изделий, из них 2 бракованных, во второй урне содержится 15 изделий, из них 3 бракованных, в третьей урне содержится 9 изделий, из них 1 бракованное. Контролер берет из третьей урны 1 изделие и перекладывает во вторую урну, после этого из второй урны берет 2 изделия и перекладывает в первую урну. Для проверки из первой урны берется 1 изделие. Найти вероятность, что это изделие будет небракованным.
7. В первой урне 2 белых и 3 черных шара, во второй урне 4 белых и 4 черных шара, а в третьей урне 6 белых и 6 черных шаров. Из первой урны взяли 2 шара и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли один шар и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар черный.
8. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 4 простые задачи и 6 задач повышенной сложности, во втором конверте находятся 3 простые задачи и 9 задач повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 9 простых задач и 3 задачи повышенной сложности. Из первого конверта во второй экзаменатор перекладывает 2 задачи, после этого из второго конверта в третий он перекладывает 1 задачу. Студент из третьего конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется простая задача.
9. В первой урне 6 белых и 6 черных шаров, во второй урне 3 белых и 5 черных шара, а в третьей урне 4 белых и 4 черных шаров. Из первой урны взяли 2 шара и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли 1 шар и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар черный.
10. В первой коробке 5 красных и 10 синих пуговиц, во второй коробке 9 красных и 6 синих пуговиц, а в третьей коробке 11 красных и 4 синих пуговиц. Из первой коробки взяли 1 пуговицу и переложили во вторую

коробку, после этого из второй коробки взяли 2 пуговицы и переложили в третью коробку. Из третьей коробки взяли 1 пуговицу. Найти вероятность, что эта пуговица синяя.

11. Контролер делает выборочную проверку изделий на качество из трех урн. В первой урне содержится 15 изделий, из них 5 бракованных, во второй урне содержится 12 изделий, из них 3 бракованных, в третьей урне содержится 10 изделий, из них 2 бракованных. Контролер берет из третьей урны 2 изделия и перекладывает во вторую урну, после этого из второй урны берет 1 изделие и перекладывает в первую урну. Для проверки из первой урны берется 1 изделие. Найти вероятность, что это изделие будет бракованным.

12. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 5 простых задач и 5 задач повышенной сложности, во втором конверте находятся 4 простые задачи и 8 задач повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 6 простых задач и 3 задачи повышенной сложности. Из первого конверта во второй экзаменатор перекладывает 2 задачи, после этого из второго конверта в третий он перекладывает 1 задачу. Студент из третьего конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется простая задача.

13. В первой урне 8 белых и 4 черных шаров, во второй урне 3 белых и 9 черных шара, а в третьей урне 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны взяли 1 шар и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли 2 шара и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар белый.

14. В первой коробке 6 красных и 9 синих пуговиц, во второй коробке 9 красных и 6 синих пуговиц, а в третьей коробке 10 красных и 5 синих пуговиц. Из первой коробки взяли 2 пуговицы и переложили во вторую коробку, после этого из второй коробки взяли 1 пуговицу и переложили в третью коробку. Из третьей коробки взяли 1 пуговицу. Найти вероятность, что эта пуговица красная.

15. Контролер делает выборочную проверку изделий на качество из трех урн. В первой урне содержится 12 изделий, из них 3 бракованных, во второй урне содержится 10 изделий, из них 2 бракованных, в третьей урне содержится 8 изделий, из них 2 бракованных. Контролер берет из третьей урны 1 изделие и перекладывает во вторую урну, после этого из второй урны берет 2 изделия и перекладывает в первую урну. Для проверки из первой урны берется 1 изделие. Найти вероятность, что это изделие будет бракованным.

16. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 10 простых задач и 5 задач повышенной сложности, во втором конверте находятся 4 простые задачи и 6 задач повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 8 простых задач и 4 задачи повышенной сложности. Из третьего конверта во второй экзаменатор перекладывает 1 задачу, после этого из второго конверта в первый он перекладывает 2 задачи. Студент из первого конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется простая задача.

17. В первой урне 10 белых и 5 черных шаров, во второй урне 4 белых и 8 черных шара, а в третьей урне 6 белых и 6 черных шаров. Из третьей урны взяли 1 шар и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли 2 шара и переложили в первую урну. Из первой урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар черный.

18. В первой коробке 8 красных и 6 синих пуговиц, во второй коробке 10 красных и 4 синих пуговиц, а в третьей коробке 9 красных и 5 синих пуговиц. Из первой коробки взяли 2 пуговицы и переложили в третью коробку, после этого из третьей коробки взяли 1 пуговицу и переложили во вторую коробку. Из второй коробки взяли 1 пуговицу. Найти вероятность, что эта пуговица синяя.

19. Контролер делает выборочную проверку изделий на качество из трех урн. В первой урне содержится 10 изделий, из них 4 бракованных, во второй урне содержится 12 изделий, из них 2 бракованных, в третьей урне содержится 15 изделий, из них 2 бракованных. Контролер берет из третьей урны 2 изделия и

перекладывает во вторую урну, после этого из второй урны берет 1 изделие и перекладывает в первую урну. Для проверки из первой урны берется 1 изделие. Найти вероятность, что это изделие будет бракованным.

20. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 6 простых задач и 6 задач повышенной сложности, во втором конверте находятся 8 простых задачи и 4 задачи повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 6 простых задач и 9 задач повышенной сложности. Из первого конверта во второй экзаменатор перекладывает 1 задачу, после этого из второго конверта в третий он перекладывает 2 задачи. Студент из третьего конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется простая задача.

21. В первой урне 12 белых и 4 черных шаров, во второй урне 10 белых и 6 черных шара, а в третьей урне 8 белых и 8 черных шаров. Из первой урны взяли 1 шар и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли 2 шара и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар белый.

22. В первой коробке 10 красных и 5 синих пуговиц, во второй коробке 9 красных и 6 синих пуговиц, а в третьей коробке 5 красных и 10 синих пуговиц. Из первой коробки взяли 1 пуговицу и переложили во вторую коробку, после этого из второй коробки взяли 2 пуговицы и переложили в третью коробку. Из третьей коробки взяли 1 пуговицу. Найти вероятность, что эта пуговица синяя.

23. Контролер делает выборочную проверку изделий на качество из трех урн. В первой урне содержится 10 изделий, из них 1 бракованное, во второй урне содержится 12 изделий, из них 2 бракованных, в третьей урне содержится 9 изделий, из них 3 бракованных. Контролер берет из третьей урны 2 изделия и перекладывает во вторую урну, после этого из второй урны берет 1 изделие и перекладывает в первую урну. Для проверки из первой урны берется 1 изделие. Найти вероятность, что это изделие будет бракованным.

24. У экзаменатора на столе лежат три конверта с задачами. В первом конверте находятся 8 простых задач и 7 задач повышенной сложности, во втором конверте находятся 4 простые задачи и 11 задач повышенной сложности, а в третьем конверте находятся 6 простых задач и 9 задач повышенной сложности. Из первого конверта во второй экзаменатор перекладывает 2 задачи, после этого из второго конверта в третий он перекладывает 1 задачу. Студент из третьего конверта берет 1 задачу. Найти вероятность, что ему попадется простая задача.

25. В первой урне 10 белых и 8 черных шаров, во второй урне 3 белых и 15 черных шаров, а в третьей урне 4 белых и 12 черных шаров. Из первой урны взяли 1 шар и переложили во вторую урну, после этого из второй урны взяли 2 шара и переложили в третью урну. Из третьей урны вынули 1 шар. Найти вероятность, что этот шар белый.

Задача № 4

1. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора первой станции для передачи сообщения равна 0.6, вероятность выбора второй станции для передачи сообщения равна 0.4. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.8, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.9. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано первой станцией.

2. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.7, 0.9, 0.8. Найти вероятность, что третье орудие поразило цель.

3. Вероятности отказа каждого из четырех работающих независимо друг от друга устройств в единицу времени соответственно равны 0.1, 0.4, 0.3, 0.2.

Два устройства отказали. Найти вероятность, что отказали первое и второе устройства.

4. В нестандартных условиях проведения эксперимента выбирается одна из двух инструкций. Вероятность выбора каждой из этих инструкций равна 0.5. Вероятность успешного завершения эксперимента при выборе первой инструкции равна 0.9, вероятность успешного завершения эксперимента при выборе второй инструкции равна 0.8. Эксперимент завершился успешно. Найти вероятность, что для проведения эксперимента была выбрана вторая инструкция.

5. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора первой станции для передачи сообщения равна 0.4, вероятность выбора второй станции для передачи сообщения равна 0.6. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.7, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.8. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано второй станцией.

6. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.5, 0.7, 0.6. Найти вероятность, что первое орудие поразило цель.

7. Вероятности отказа каждого из четырех работающих независимо друг от друга устройств в единицу времени соответственно равны 0.2, 0.1, 0.5, 0.3. Два устройства отказали. Найти вероятность, что отказали третье и четвертое устройства.

8. В нестандартных условиях проведения эксперимента выбирается одна из двух инструкций. Вероятность выбора первой инструкции равна 0.4, вероятность выбора второй инструкции равна 0.6. Вероятность успешного завершения эксперимента при выборе первой инструкции равна 0.8, вероятность успешного завершения эксперимента при выборе второй

инструкции равна 0.7. Эксперимент завершился успешно. Найти вероятность, что для проведения эксперимента была выбрана первая инструкция.

9. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора каждой из станций равна 0.5. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.95, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.8. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано второй станцией.

10. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.6, 0.8, 0.7. Найти вероятность, что первое орудие поразило цель.

11. Вероятности отказа каждого из четырех работающих независимо друг от друга устройств в единицу времени соответственно равны 0.05, 0.1, 0.15, 0.2. Два устройства отказали. Найти вероятность, что отказали первое и третье устройства.

12. В нестандартных условиях проведения эксперимента выбирается одна из двух инструкций. Вероятность выбора каждой из этих инструкций равна 0.5. Вероятность успешного завершения эксперимента при выборе первой инструкции равна 0.85, вероятность успешного завершения эксперимента при выборе второй инструкции равна 0.95. Эксперимент завершился успешно. Найти вероятность, что для проведения эксперимента была выбрана первая инструкция.

13. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора первой станции для передачи сообщения равна 0.7, вероятность выбора второй станции для передачи сообщения равна 0.3. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.8, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.7. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано второй станцией.

14. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.7, 0.85, 0.75. Найти вероятность, что второе орудие поразило цель.

15. Вероятности отказа каждого из четырех работающих независимо друг от друга устройств в единицу времени соответственно равны 0.15, 0.25, 0.3, 0.1. Два устройства отказали. Найти вероятность, что отказали первое и четвертое устройства.

16. В нестандартных условиях проведения эксперимента выбирается одна из двух инструкций. Вероятность выбора каждой из этих инструкций равна 0.5. Вероятность успешного завершения эксперимента при выборе первой инструкции равна 0.75, вероятность успешного завершения эксперимента при выборе второй инструкции равна 0.95. Эксперимент завершился успешно. Найти вероятность, что для проведения эксперимента была выбрана вторая инструкция.

17. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора первой станции для передачи сообщения равна 0.6, вероятность выбора второй станции для передачи сообщения равна 0.4. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.95, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.75. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано первой станцией.

18. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.5, 0.7, 0.6. Найти вероятность, что первое орудие поразило цель.

19. Вероятности отказа каждого из четырех работающих независимо друг от друга устройств в единицу времени соответственно равны 0.1, 0.15, 0.35, 0.2. Два устройства отказали. Найти вероятность, что отказали первое и второе устройства.

20. В нестандартных условиях проведения эксперимента выбирается одна из двух инструкций. Вероятность выбора каждой из этих инструкций равна 0.5. Вероятность успешного завершения эксперимента при выборе первой инструкции равна 0.75, вероятность успешного завершения эксперимента при выборе второй инструкции равна 0.85. Эксперимент завершился успешно. Найти вероятность, что для проведения эксперимента была выбрана первая инструкция.

21. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора каждой из этих инструкций равна 0.5. Вероятность передачи сообщения без помех первой станцией равна 0.7, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.85. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано первой станцией.

22. Три орудия произвели залп, в результате которого два снаряда поразили цель. Вероятности поражения цели каждым из трех орудий равны соответственно 0.9, 0.7, 0.8. Найти вероятность, что второе орудие поразило цель.

23. Вероятности отказа каждого из четырех работающих независимо друг от друга устройств в единицу времени соответственно равны 0.1, 0.2, 0.1, 0.4. Два устройства отказали. Найти вероятность, что отказали первое и третье устройства.

24. В нестандартных условиях проведения эксперимента выбирается одна из двух инструкций. Вероятность выбора каждой из этих инструкций равна 0.5. Вероятность успешного завершения эксперимента при выборе первой инструкции равна 0.6, вероятность успешного завершения эксперимента при выборе второй инструкции равна 0.5. Эксперимент завершился успешно. Найти вероятность, что для проведения эксперимента была выбрана вторая инструкция.

25. Одна из двух станций передает сообщение. Вероятность выбора первой станции для передачи сообщения равна 0.45, вероятность выбора второй станции для передачи сообщения равна 0.55. Вероятность передачи

сообщения без помех первой станцией равна 0.7, вероятность передачи сообщения без помех второй станцией равна 0.6. Сообщение было передано без помех. Найти вероятность, что сообщение было передано первой станцией.

Задача № 5

1. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 515-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.9. Найти вероятность, что среди 400 вызовов от 30 до 50 вызовов пройдут со сбоем.
2. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0.02. Найти вероятность, что среди 200 деталей от 4 до 10 деталей окажутся бракованными.
3. Среди семян пшеницы 10% сорняков. Наудачу отбирается 300 семян. Найти вероятность, что среди семян пшеницы будет от 20 до 100 сорняков.
4. Вероятность дождливого дня на Кипре равна 0.01. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 3 до 8 дождливых дней.
5. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 511-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.95. Найти вероятность, что среди 300 вызовов от 150 до 200 вызовов пройдут без сбоя.
6. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0.01. Найти вероятность, что среди 200 деталей от 1 до 5 деталей окажутся бракованными.
7. Среди семян пшеницы 20% сорняков. Наудачу отбирается 400 семян. Найти вероятность, что среди семян пшеницы будет от 60 до 120 сорняков.
8. Вероятность дождливого дня на Сицилии равна 0.1. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 30 до 50 дождливых дней.
9. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 513-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.85. Найти вероятность, что среди 200 вызовов от 20 до 60 вызовов пройдут со сбоем.

10. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0.05. Найти вероятность, что среди 200 деталей от 3 до 6 деталей окажутся бракованными.

11. Среди семян пшеницы 15% сорняков. Наудачу отбирается 150 семян. Найти вероятность, что среди семян пшеницы будет от 10 до 40 сорняков.

12. Вероятность дождливого дня в ОАЭ равна 0.015. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 4 до 10 дождливых дней.

13. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 519-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.9. Найти вероятность, что среди 200 вызовов от 120 до 180 вызовов пройдут без сбоя.

14. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0.1. Найти вероятность, что среди 300 деталей от 20 до 40 деталей окажутся бракованными.

15. Среди семян ржи 20% сорняков. Наудачу отбирается 500 семян. Найти вероятность, что среди семян ржи будет от 80 до 120 сорняков.

16. Вероятность дождливого дня на Крите равна 0.08. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 20 до 40 дождливых дней.

17. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 581-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.85. Найти вероятность, что среди 500 вызовов от 60 до 90 вызовов пройдут со сбоем.

18. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0.07. Найти вероятность, что среди 300 деталей от 20 до 40 деталей окажутся бракованными.

19. Среди семян кукурузы 5% сорняков. Наудачу отбирается 100 семян. Найти вероятность, что среди семян кукурузы будет от 4 до 12 сорняков.

20. Вероятность дождливого дня на Мальте равна 0.1. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 30 до 50 дождливых дней.

21. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 583-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.95. Найти вероятность, что среди 200 вызовов от 5 до 10 вызовов пройдут со сбоем.

22. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0.04. Найти вероятность, что среди 150 деталей от 4 до 16 деталей окажутся бракованными.

23. Среди семян лука 10% семян поражены гнилостным грибком. Наудачу отбирается 200 семян. Найти вероятность, что среди этих семян будет от 120 до 150 здоровых экземпляров.

24. Вероятность дождливого дня на Бали равна 0.2. Найти вероятность, что в течение года из 365 дней будет от 60 до 80 дождливых дней.

25. Вызов абонента, идущий через телефонную станцию с номерами 586-хх-хх, проходит без сбоя с вероятностью 0.9. Найти вероятность, что среди 600 вызовов от 40 до 70 вызовов пройдут со сбоем.

Задача № 6

1. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=1. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.7?

2. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=2. Какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.8?

3. Отклонение диаметра деталей от стандартного диаметра является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением σ=0.5. Какую точность диаметра изготавливаемых деталей можно гарантировать с вероятностью 0.95?

4. Стандартное отклонение σ длины столешницы от ее стандартной длины равно 1, а само отклонение является нормальной случайной величиной. Какую точность длины столешницы можно гарантировать с вероятностью 0.9?

5. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=2. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.8?

6. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=1. Какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.9?

7. Отклонение диаметра деталей от стандартного диаметра является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением σ=0.6. Какую точность диаметра изготавливаемых деталей можно гарантировать с вероятностью 0.8?

8. Стандартное отклонение σ длины столешницы от ее стандартной длины равно 0.5, а само отклонение является нормальной случайной величиной. Какую точность длины столешницы можно гарантировать с вероятностью 0.8?

9. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=3. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.8?

10. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если номинальное значение измеряемого параметра равно a, а стандартное отклонение σ от него равно 1, то какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.9?

11. Отклонение диаметра деталей от стандартного диаметра является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением σ=0.2. Какую точность диаметра изготавливаемых деталей можно гарантировать с вероятностью 0.9?

12. Стандартное отклонение σ длины столешницы от ее стандартной длины равно 0.6, а само отклонение является нормальной случайной величиной. Какую точность длины столешницы можно гарантировать с вероятностью 0.7?

13. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=1. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.9?

14. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=0.3. Какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.95?

15. Отклонение диаметра деталей от стандартного диаметра является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением σ=0.9. Какую точность диаметра изготавливаемых деталей можно гарантировать с вероятностью 0.9?

16. Стандартное отклонение σ длины столешницы от ее стандартной длины равно 0.2, а само отклонение является нормальной случайной величиной. Какую точность длины столешницы можно гарантировать с вероятностью 0.8?

17. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=1.5. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.8?

18. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=0.7. Какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.75?

19. Отклонение диаметра деталей от стандартного диаметра является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением σ=0.4.

Какую точность диаметра изготавливаемых деталей можно гарантировать с вероятностью 0.9?

20. Стандартное отклонение σ длины столешницы от ее стандартной длины равно 1.5, а само отклонение является нормальной случайной величиной. Какую точность длины столешницы можно гарантировать с вероятностью 0.8?

21. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=1.4. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.7?

22. Ошибка измерения некоторого параметра технической системы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=1.2. Какую точность измерения параметра технической системы можно гарантировать с вероятностью 0.85?

23. Отклонение диаметра деталей от стандартного диаметра является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением σ=0.1. Какую точность диаметра изготавливаемых деталей можно гарантировать с вероятностью 0.85?

24. Стандартное отклонение σ длины столешницы от ее стандартной длины равно 1.5, а само отклонение является нормальной случайной величиной. Какую точность длины столешницы можно гарантировать с вероятностью 0.8?

25. Отклонение измеряемой длины волокна от его стандартной длины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со стандартным отклонением σ=2.5. Какую точность измеряемой длины волокна можно гарантировать с вероятностью 0.9?

Задача № 7

1. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-3	-2	-1	4	7	9
p_i	0.3	0.1	0.1	0.2	0.15	0.15

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

2. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-7	-3	1	3	12	23
p_i	0.2	0.15	0.2	0.2	0.15	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

3. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	1.5	2.7	3.3	5	8	11
p_i	0.1	0.4	0.1	0.05	0.2	0.15

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

4. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	1	2	3.5	4.8	6	10
p_i	0.1	0.3	0.2	0.1	0.05	0.25

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

5. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-5	-4	-2	-1	2	4
p_i	0.11	0.19	0.2	0.24	0.16	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

6. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	0.2	0.5	1.3	2.4	4.7	5.6
p_i	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

7. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-5	-3	-1	1	3	5
p_i	0.05	0.25	0.2	0.15	0.15	0.2

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

8. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	0	2	3	4	7	9
p_i	0.17	0.13	0.32	0.28	0.05	0.05

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

9. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-3	-1	1	5	6	9
p_i	0.3	0.15	0.2	0.1	0.15	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

10. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-3	0	1	3	6	8
p_i	0.1	0.15	0.15	0.2	0.3	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

11. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-5	-2	-1	4	7	8
p_i	0.2	0.1	0.1	0.3	0.15	0.15

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

12. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-5	-3	0	3	10	13
p_i	0.2	0.15	0.1	0.3	0.15	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

13. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	1.8	2.5	3.6	5	7	11.7
p_i	0.15	0.35	0.1	0.05	0.2	0.15

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

14. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0.2	0.2	0.2	0.1	0.05	0.25

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

15. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-6	-4	-2	0	2	4
p_i	0.21	0.09	0.1	0.34	0.16	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

16. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	0.2	0.5	1	2.4	3	5.6
p_i	0.1	0.15	0.35	0.2	0.1	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

17. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-5	-3	-1	2	4	6
p_i	0.05	0.15	0.3	0.15	0.15	0.2

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

18. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	0	1	2	5	6	8
p_i	0.13	0.17	0.38	0.22	0.05	0.05

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

19. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-3	0	1	3	8	14
p_i	0.2	0.25	0.1	0.1	0.15	0.2

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

20. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-13	-9	3	4	6	7
p_i	0.2	0.05	0.15	0.2	0.3	0.1

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

21. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-2	-1	1	4	5	9
p_i	0.2	0.1	0.1	0.2	0.25	0.15

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

22. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	7	9	11	13	15	17
p_i	0.2	0.15	0.1	0.2	0.15	0.2

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

23. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	1.5	2.5	3.5	5	6.5	7
p_i	0.1	0.35	0.15	0.05	0.2	0.15

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

24. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	1	2	3	5	6	9

p_i	0.2	0.2	0.2	0.1	0.05	0.25

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

25. Дискретная случайная величина задана таблицей

x_i	-5	-4	-3	-2	-1	0
p_i	0.1	0.19	0.21	0.2	0.17	0.13

Найти функцию распределения случайной величины, построить ее график, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

Задача № 8

1. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.
2. Случайная величина X в интервале $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C\cos x$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.
3. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-5x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение.

4. Случайная величина X в интервале $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = C\cos^2 x$, а вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

5. Случайная величина X в интервале $[0, \infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = Ce^{-6x}$, а вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

6. Случайная величина X в интервале $(-3, -2)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = C(x^2 + 5x + 6)$, а вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

7. Случайная величина X в интервале $[0, \infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = Ce^{-2x}$, а вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

8. Случайная величина X в интервале $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = C\sin x$, а вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

9. Случайная величина X в интервале $[0, \infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = Ce^{-7x}$, а вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

10. Случайная величина X в интервале $(0{,}1.25)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Cx$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

11. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-8x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

12. Случайная величина X в интервале $(-3,-2)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Cx^2$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

13. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-3x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

14. Случайная величина X в интервале $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C\sin 3x$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

15. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-9x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

16. Случайная величина X в интервале $(1{,}6)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C(2x-2)$, а вне этого интервала $f(x)=0$.

Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

17. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-11x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

18. Случайная величина X в интервале $(1,4)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C(3x^2-2x)$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

19. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-13x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

20. Случайная величина X в интервале $(1,2)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C(x-0.5)$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

21. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-4x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

22. Случайная величина X в интервале $(0,2)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Cx^3$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

23. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-12x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

24. Случайная величина X в интервале $(1,e)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=C\frac{1}{x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

25. Случайная величина X в интервале $[0,\infty)$ задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=Ce^{-15x}$, а вне этого интервала $f(x)=0$. Найти C, функцию распределения вероятностей случайной величины X, ее математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение.

Задачи для типового расчета по математической статистике

Задача № 1

Построить гистограмму и эмпирическую функцию распределения вероятностей. Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию.

1.

x_i	-4	-2	-1	0	1	2
n_i	30	20	10	30	20	10

2.

x_i	-6	-5	-2	2	3	4
n_i	40	20	30	20	40	50

3.

x_i	-5	-3	-1	0	3	5

n_i	60	40	10	30	30	50

4.

x_i	-4	0	1	2	3	5
n_i	30	10	20	20	20	10

5.

x_i	1	2	4	6	7	9
n_i	50	20	40	30	40	70

6.

x_i	-3	-2	-1	0	3	5
n_i	30	40	20	30	20	10

7.

x_i	-8	-5	-2	2	5	9
n_i	70	50	40	50	60	80

8.

x_i	-4	-3	-1	0	3	5
n_i	50	40	10	30	30	50

9.

x_i	-1	0	1	2	4	5
n_i	30	60	20	20	80	10

10.

x_i	1	3	4	5	7	9
n_i	40	80	40	30	10	70

11.

x_i	-6	-5	-2	3	4	5
n_i	30	40	50	50	20	10

12.

x_i	-1	0	2	4	5	11
n_i	40	20	10	20	40	70

13.

x_i	-5	-3	-2	0	3	6
n_i	70	30	10	30	30	50

14.

x_i	-11	-8	-6	-4	-3	-2
n_i	50	20	30	20	40	50

15.

x_i	-7	-3	-1	0	4	5
n_i	90	50	10	30	40	50

16.

x_i	-4	-1	1	2	4	5
n_i	40	10	20	20	20	50

17.

x_i	1	3	4	6	7	13
n_i	60	20	40	30	40	80

18.

x_i	-7	-2	-1	0	3	5
n_i	50	40	20	30	20	60

19.

x_i	-6	-5	-2	2	5	7
n_i	90	50	40	50	60	70

20.

x_i	-4	-2	-1	0	3	4
n_i	70	40	10	30	30	70

21.

x_i	-1	0	1	2	4	5
n_i	70	60	20	20	80	10

22.

x_i	2	3	4	6	7	9
n_i	90	80	40	30	50	70

23.

x_i	-9	-5	-2	3	4	5
n_i	60	40	50	50	20	10

24.

x_i	-3	0	2	4	5	11
n_i	80	20	10	20	40	70

25.

x_i	-4	-3	-2	0	3	5
n_i	90	30	10	30	30	70

Задача № 2

1. Выборка 0.22, 1.32, 2.34, 1.10, 2.56, 6.24, 4.76, 5.92, 3.56 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.
2. Выборка -0.43, -1.26, -2.22, -1.19, -2.64, -6.94, -4.88, -5.94, -3.54 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.
3. Выборка 0.18, 1.15, 1.39, 1.18, 2.06, 6.98, 4.32, 5.88, 3.14 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.
4. Выборка -0.83, -1.99, -2.87, -1.64, -2.11, -6.43, -4.75, -5.78, -3.08 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

5. Выборка 5.12, 3.38, 2.08, 1.19, 2.51, 6.99, 4.87, 5.04, 3.17 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

6. Выборка -0.13, -8.96, -13.22, -10.19, -8.64, -6.09, -4.23, -5.08, -3.98 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

7. Выборка 0.29, 9.32, 2.34, 1.10, 8.56, 6.24, 8.76, 5.99, 7.56 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

8. Выборка -0.18, -3.26, -5.22, -1.65, -9.98, -6.53, -4.89, -2.74, -1.54 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

9. Выборка 0.22, 1.32, 2.38, 1.10, 2.56, 6.29, 4.76, 5.99, 7.56 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

10. Выборка -8.43, -1.26, -7.22, -1.19, -2.64, -6.94, -1.88, -5.94, -4.54 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

11. Выборка 9.27, 8.32, 2.34, 1.10, 9.56, 6.24, 4.76, 5.92, 12.56 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

12. Выборка -3.43, -1.26, -2.22, -1.98, -2.64, -6.94, -4.08, -5.94, -3.36 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

13. Выборка -0.43, -1.26, -2.22, -1.19, -2.64, -6.94, -4.88, -5.94, -3.54 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

14. Выборка 0.92, 5.32, 2.34, 1.10, 2.56, 6.24, 4.79, 5.92, 3.47 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

15. Выборка -8.09, -9.26, -12.22, -1.19, -2.64, -6.94, -4.88, -8.94, -7.54 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

16. Выборка 7.18, 3.15, 1.39, 1.18, 2.06, 11.98, 4.32, 5.88, 3.12 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

17. Выборка -7.83, -1.99, -6.87, -1.64, -2.11, -6.43, -4.75, -5.78, -10.08 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

18. Выборка 5.98, 3.38, 2.08, 1.19, 2.87, 6.99, 4.87, 5.04, 3.24 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

19. Выборка -3.13, -6.96, -13.22, -10.19, -8.64, -6.09, -4.23, -1.08, -13.98 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

20. Выборка 3.29, 8.32, 2.34, 1.17, 8.56, 6.24, 8.76, 5.76, 7.02 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

21. Выборка -2.18, -3.26, -5.22, -8.65, -9.98, -6.53, -4.89, -3.74, -7.88 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

22. Выборка 1.22, 4.32, 2.38, 1.10, 2.56, 6.29, 4.76, 7.99, 4.56 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

23. Выборка -5.43, -1.26, -7.22, -1.19, -2.64, -1.94, -1.88, -5.94, -4.66 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

24. Выборка 3.67, 8.32, 2.34, 1.10, 9.56, 6.24, 4.76, 5.11, 2.44 принадлежит равномерному на $[0,\theta]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

25. Выборка -3.03, -8.26, -2.22, -1.98, -2.64, -6.94, -4.58, -5.33, -3.11 принадлежит равномерному на $[-\theta,0]$ распределению. Найти методом моментов оценку для неизвестного параметра θ.

Задача № 3

Выборка $x_1, x_2, ..., x_n$ (в каждой задаче указана конкретная выборка) принадлежит показательному распределению с плотностью распределения вероятностей

$$f(x,\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x>0\\ 0,\ x\le 0\end{cases}, \lambda>0.$$

Найти оценку максимального правдоподобия для неизвестного параметра λ.

1. 0.45, 0.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
2. 6.22, 3.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 1.63.
3. 1.99, 6.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 10.18.
4. 3.98, 1.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 3.29.
5. 1.45, 2.64, 2.46, 2.78, 3.96, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 3.88.

6. 1.91, 5.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 15.18.
7. 4.98, 2.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 9.29.
8. 7.45, 0.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.86.
9. 3.22, 3.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 6.63.
10. 5.91, 6.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 7.18.
11. 1.98, 1.27, 9.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 3.29.
12. 3.45, 8.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
13. 2.22, 5.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 1.63.
14. 4.98, 2.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 10.18.
15. 7.98, 1.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 2.29.
16. 1.38, 0.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 16.88.
17. 1.88, 3.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 6.63.
18. 4.97, 1.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 1.18.
19. 7.91, 5.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 3.29.
20. 4.45, 2.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
21. 5.22, 1.98, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 1.63.
22. 0.99, 3.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 10.18.
23. 5.08, 1.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 9.29.
24. 11.45, 4.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
25. 6.22, 1.92, 5.88, 0.99, 1.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 5.63.

Задача № 4

Выборка $x_1, x_2, ..., x_n$ (в каждой задаче указана конкретная выборка) принадлежит нормальному распределению с параметрами (a, σ^2), $\sigma^2 = 5$, a - неизвестный параметр. Построить доверительный интервал для a, $1-\alpha = 0.95$. Найти точность полученной интервальной оценки.

1. 5.22, 1.98, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 1.63.
2. 0.99, 3.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 10.18.

3. 5.08, 1.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 9.29.
4. 11.45, 4.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
5. 6.22, 1.92, 5.88, 0.99, 1.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 5.63.
6. 1.38, 0.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 16.88.
7. 1.88, 3.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 6.63.
8. 4.97, 1.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 1.18.
9. 7.91, 5.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 3.29.
10. 4.45, 2.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
11. 0.45, 0.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
12. 6.22, 3.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 1.63.
13. 1.99, 6.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 10.18.
14. 3.98, 1.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 3.29.
15. 1.45, 2.64, 2.46, 2.78, 3.96, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 3.88.
16. 1.91, 5.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 15.18.
17. 4.98, 2.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 9.29.
18. 7.45, 0.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.86.
19. 3.22, 3.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 6.63.
20. 5.91, 6.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 7.18.
21. 1.98, 1.27, 9.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 3.29.
22. 3.45, 8.64, 2.46, 2.78, 3.66, 7.22, 6.44, 5.11, 9.47, 2.33, 1.55, 8.88.
23. 2.22, 5.99, 5.88, 0.99, 0.67, 1.55, 4.76, 2.44, 5.12, 6.62, 4.70, 1.63.
24. 4.98, 2.04, 2.84, 6.08, 5.14, 6.02, 3.14, 0.66, 4.56, 8.99, 6.51, 10.18.
25. 7.98, 1.27, 4.16, 3.55, 1.06, 1.92, 5.47, 3.19, 7.43, 4.78, 7.09, 2.29.

Задача № 5

Выборка $x_1, x_2, ..., x_n$ (взять условия из задачи 4) принадлежит нормальному распределению с параметрами (a, σ^2), $a = 6$, σ^2 - неизвестный параметр. Построить доверительный интервал для σ^2, $1 - \alpha = 0.95$.

Задача № 6

Выборка $x_1, x_2, ..., x_n$ (взять условия из задачи 4) принадлежит нормальному распределению с параметрами (a, σ^2), a, σ^2 - неизвестные параметры. Построить доверительный интервал для a и σ^2, $1-\alpha = 0.95$.

Задача № 7

1. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -2, $\overline{x} = 11, \overline{y} = 20$. Определить уравнение регрессии.
2. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 5, $\overline{x} = 9, \overline{y} = 10$. Определить уравнение регрессии.
3. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -7, $\overline{x} = 19, \overline{y} = 6$. Определить уравнение регрессии.
4. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 1.2 , $\overline{x} = 32, \overline{y} = 80$. Определить уравнение регрессии.
5. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -2.7, $\overline{x} = 1, \overline{y} = 2$. Определить уравнение регрессии.
6. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 2.9, $\overline{x} = 11, \overline{y} = 28$. Определить уравнение регрессии.
7. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -7.5, $\overline{x} = 5, \overline{y} = 18$. Определить уравнение регрессии.
8. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 4.7, $\overline{x} = 9, \overline{y} = 15$. Определить уравнение регрессии.
9. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -1.8, $\overline{x} = 8, \overline{y} = 20$. Определить уравнение регрессии.
10. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 9, $\overline{x} = 15, \overline{y} = 21$. Определить уравнение регрессии.

11. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -6, $\overline{x} = 11, \overline{y} = 20$.

Определить уравнение регрессии.

12. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 4, $\overline{x} = 9, \overline{y} = 4$.

Определить уравнение регрессии.

13. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -3, $\overline{x} = 3, \overline{y} = 9$.

Определить уравнение регрессии.

14. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 5, $\overline{x} = 9, \overline{y} = 3$.

Определить уравнение регрессии.

15. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -3.9, $\overline{x} = 17, \overline{y} = 29$.

Определить уравнение регрессии.

16. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 3.2, $\overline{x} = 7, \overline{y} = 10$.

Определить уравнение регрессии.

17. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -7, $\overline{x} = 2, \overline{y} = 14$.

Определить уравнение регрессии.

18. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 4, $\overline{x} = 10, \overline{y} = 2$.

Определить уравнение регрессии.

19. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -2, $\overline{x} = 6, \overline{y} = 9$.

Определить уравнение регрессии.

20. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 6.7, $\overline{x} = 12, \overline{y} = 5$.

Определить уравнение регрессии.

21. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 8, $\overline{x} = 6, \overline{y} = 86$.

Определить уравнение регрессии.

22. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -32, $\overline{x} = 16, \overline{y} = 40$.

Определить уравнение регрессии.

23. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 3, $\overline{x} = 1, \overline{y} = 23$.

Определить уравнение регрессии.

24. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен -4, $\overline{x} = 9, \overline{y} = 5$.

Определить уравнение регрессии.

25. Выборочный коэффициент линейной регрессии равен 8, $\bar{x} = 11, \bar{y} = 20$. Определить уравнение регрессии.

Задачи для типового расчета по теории случайных процессов

Задача № 1

Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

1. Пусть $X(t) = \xi \sin 2t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
2. Пусть $X(t) = \xi(t+5)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
3. Пусть $X(t) = \xi \cos 2t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
4. Пусть $X(t) = \xi \sin 3t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
5. Пусть $X(t) = \xi(t-1)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
6. Пусть $X(t) = \xi \cos 3t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
7. Пусть $X(t) = \xi \sin 4t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
8. Пусть $X(t) = \xi(t+1)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.
9. Пусть $X(t) = \xi \cos 4t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

10. Пусть $X(t)=\xi\sin 5t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

11. Пусть $X(t)=\xi(t-3)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

12. Пусть $X(t)=\xi\cos 5t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

13. Пусть $X(t)=\xi\sin 6t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

14. Пусть $X(t)=\xi(t+4)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

15. Пусть $X(t)=\xi\cos 6t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

16. Пусть $X(t)=\xi\sin 7t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

17. Пусть $X(t)=\xi(t-5)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

18. Пусть $X(t)=\xi\cos 7t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

19. Пусть $X(t)=\xi\sin 8t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

20. Пусть $X(t)=\xi(t+6)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

21. Пусть $X(t)=\xi\cos 8t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

22. Пусть $X(t)=\xi\sin t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

23. Пусть $X(t)=\xi(t-9)$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

24. Пусть $X(t)=\xi\cos t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

25. Пусть $X(t)=\xi\sin 9t$, ξ - случайная величина. Построить семейство реализаций случайного процесса $X(t)$.

Задача № 2

1. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 8. Чему равна вероятность, что за пять минут на станцию поступит 24 вызовов?

2. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 12. Чему равна вероятность, что в течение трех часов на склад прибудут 30 машин для разгрузки?

3. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 12. Чему равна вероятность, что в течение двух суток в порт прибудут 18 судов для разгрузки?

4. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 9. Чему равна вероятность, что за три минуты на станцию поступит 25 вызовов?

5. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 18. Чему равна вероятность, что в течение пяти часов на склад прибудут 80 машин для разгрузки?

6. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 4. Чему равна вероятность, что в течение трех суток в порт прибудут 10 судов для разгрузки?

7. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 11. Чему равна вероятность, что за десять минут на станцию поступит 90 вызовов?

8. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 15. Чему равна вероятность, что в течение шести часов на склад прибудут 70 машин для разгрузки?

9. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 7. Чему равна вероятность, что в течение пяти суток в порт прибудут 40 судов для разгрузки?

10. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 6. Чему равна вероятность, что за пять минут на станцию поступит 15 вызовов?

11. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 13. Чему равна вероятность, что в течение трех часов на склад прибудут 30 машин для разгрузки?

12. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 5. Чему равна вероятность, что в течение семи суток в порт прибудут 30 судов для разгрузки?

13. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 8. Чему равна вероятность, что за четыре минуты на станцию поступит 29 вызовов?

14. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 14. Чему равна вероятность, что в течение двух часов на склад прибудут 30 машин для разгрузки?

15. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 11. Чему равна вероятность, что в течение трех суток в порт прибудут 26 судов для разгрузки?

16. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 6. Чему равна вероятность, что за пять минут на станцию поступит 16 вызовов?

17. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 14. Чему равна вероятность, что в течение трех часов на склад прибудут 40 машин для разгрузки?

18. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 5. Чему равна вероятность, что в течение двух суток в порт прибудут 12 судов для разгрузки?

19. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 7. Чему равна вероятность, что за семь минут на станцию поступит 42 вызова?

20. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 9. Чему равна вероятность, что в течение восьми часов на склад прибудут 60 машин для разгрузки?

21. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 5. Чему равна вероятность, что в течение десяти суток в порт прибудут 40 судов для разгрузки?

22. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 17. Чему равна вероятность, что за три минуты на станцию поступит 47 вызовов?

23. Среднее число машин, приходящих на склад для разгрузки в течение часа равно 6. Чему равна вероятность, что в течение девяти часов на склад прибудут 50 машин для разгрузки?

24. Среднее число судов, приходящих в порт для разгрузки в течение суток равно 8. Чему равна вероятность, что в течение пяти суток в порт прибудут 35 судов для разгрузки?

25. Среднее число сигналов, поступающих на станцию в течение минуты, равно 7. Чему равна вероятность, что за четыре минуты на станцию поступит 30 вызовов?

Задача № 3

Найти $m(t)$, $D(t)$, $R(t_1,t_2)$ случайного процесса $X(t)$.

1. $X(t)=Yt^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=5,\ D(Y)=4$.

2. $X(t)=Yt$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-3,\ D(Y)=1$.

3. $X(t)=Ye^{-t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=2,\ D(Y)=7$.

4. $X(t)=Y(t+1)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=3,\ D(Y)=2$.

5. $X(t)=Y(t+1)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=3,\ D(Y)=12$.

6. $X(t)=Ye^{-2t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=5,\ D(Y)=5$.

7. $X(t)=Y(t+2)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=1,\ D(Y)=14$.

8. $X(t)=Y(t+3)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-2,\ D(Y)=4$.

9. $X(t)=Ye^{-3t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=8,\ D(Y)=9$.

10. $X(t)=Y(t-2)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=7,\ D(Y)=2$.

11. $X(t)=Y(t-4)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-1,\ D(Y)=3$.

12. $X(t)=Ye^{-4t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=9,\ D(Y)=3$.

13. $X(t)=Y(t-5)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=6,\ D(Y)=4$.

14. $X(t)=Y(t+6)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-5,\ D(Y)=1$.

15. $X(t)=Ye^{-5t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=7,\ D(Y)=7$.

16. $X(t)=Y(t+5)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=4,\ D(Y)=5$.

17. $X(t)=Y(t+7)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-9,\ D(Y)=1$.

18. $X(t)=Ye^{-6t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=8,\ D(Y)=7$.

19. $X(t)=Y(t-7)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=3,\ D(Y)=4$.

20. $X(t)=Y(t-7)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-1,\ D(Y)=1$.

21. $X(t)=Ye^{-7t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=4,\ D(Y)=9$.

22. $X(t)=Y(t+8)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=3,\ D(Y)=3$.

23. $X(t)=Y(t+8)$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=-4,\ D(Y)=12$.

24. $X(t)=Ye^{-8t}$,где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=7,\ D(Y)=3$.

25. $X(t)=Y(t-8)^2$, где Y- случайная величина с характеристиками $M(Y)=3,\ D(Y)=13$.

Задача № 4

1. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=1.2,\ D(U_2)=D(V_2)=2.5,\ D(U_3)=D(V_3)=5, D(U_4)=D(V_4)=3.8.$$

2. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{15}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=2.4,\ D(U_2)=D(V_2)=4.1,\ D(U_3)=D(V_3)=1.8,\ D(U_4)=D(V_4)=5,\ D(U_5)=D(V_5)=7.6.$$

3. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=1.8,\ D(U_2)=D(V_2)=8.9,\ D(U_3)=D(V_3)=5, D(U_4)= =D(V_4)=1.1,\ D(U_5)=D(V_5)=2.7,\ D(U_6)=D(V_6)=9.5.$$

4. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=2.3,\ D(U_2)=D(V_2)=2.9,\ D(U_3)=D(V_3)=7.7, D(U_4)=D(V_4)=3.1.$$

5. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{15}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=13,\ D(U_2)=D(V_2)=14,\ D(U_3)=D(V_3)=1.9, D(U_4)=D(V_4)=5,\ D(U_5)=D(V_5)=9.9.$$

6. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k \cos kt + V_k \sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{aligned}&D(U_1)=D(V_1)=1.8,\ D(U_2)=D(V_2)=1.9,\ D(U_3)=D(V_3)=2, D(U_4)=\\&=D(V_4)=3,\ D(U_5)=D(V_5)=2.9,\ D(U_6)=D(V_6)=9.4.\end{aligned}.$$

7. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k \cos kt + V_k \sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=3.2,\ D(U_2)=D(V_2)=2.8,\ D(U_3)=D(V_3)=1, D(U_4)=D(V_4)=5.$$

8. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k \cos kt + V_k \sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{15}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{aligned}&D(U_1)=D(V_1)=8,\ D(U_2)=D(V_2)=1,\ D(U_3)=D(V_3)=3, D(U_4)=D(V_4)=1,\\&D(U_5)=D(V_5)=5.\end{aligned}.$$

9. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k \cos kt + V_k \sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{aligned}&D(U_1)=D(V_1)=1.6,\ D(U_2)=D(V_2)=2,\ D(U_3)=D(V_3)=1, D(U_4)=D(V_4)=3,\\&D(U_5)=D(V_5)=8,\ D(U_6)=D(V_6)=13.\end{aligned}$$

10. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k \cos kt + V_k \sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=7.8,\ D(U_2)=D(V_2)=6.5,\ D(U_3)=D(V_3)=2, D(U_4)=D(V_4)=9.$$

11. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k \cos kt + V_k \sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{15}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=2.5,\ D(U_2)=D(V_2)=7.3,\ D(U_3)=D(V_3)=4.9, D(U_4)=D(V_4)=5,\ D(U_5)=D(V_5)=4.8.$$

12. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=5.6,\ D(U_2)=D(V_2)=3.4,\ D(U_3)=D(V_3)=1.8, D(U_4)= =D(V_4)=2.3,\ D(U_5)=D(V_5)=6.7,\ D(U_6)=D(V_6)=2.9.$$

13. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=6.5,\ D(U_2)=D(V_2)=4.3,\ D(U_3)=D(V_3)=12.5,\ D(U_4)=D(V_4)=5.9.$$

14. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{15}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=8.8,\ D(U_2)=D(V_2)=4.9,\ D(U_3)=D(V_3)=1.6, D(U_4)= =D(V_4)=2.1,\ D(U_5)=D(V_5)=3.4.$$

15**.** Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=3.9,\ D(U_2)=D(V_2)=2.1,\ D(U_3)=D(V_3)=5.9, D(U_4)= =D(V_4)=1.1,\ D(U_5)=D(V_5)=3.8,\ D(U_6)=D(V_6)=7.7.$$

16. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=4.8,\ D(U_2)=D(V_2)=2.7,\ D(U_3)=D(V_3)=7.6, D(U_4)= =D(V_4)=3.5$$

17. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k,V_k,k=\overline{1{,}5}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{gathered}D(U_1)=D(V_1)=2.2,\ D(U_2)=D(V_2)=4.4,\ D(U_3)=D(V_3)=1.7,D(U_4)=\\=D(V_4)=5.6,\ D(U_5)=D(V_5)=9.9.\end{gathered}.$$

18. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k,V_k,k=\overline{1{,}6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{gathered}D(U_1)=D(V_1)=5.7,\ D(U_2)=D(V_2)=4.4,\ D(U_3)=D(V_3)=3.9,D(U_4)=\\=D(V_4)=7.6,\ D(U_5)=D(V_5)=2.3,\ D(U_6)=D(V_6)=7.9.\end{gathered}.$$

19. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k,V_k,k=\overline{1{,}4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=1.6,\ D(U_2)=D(V_2)=5.9,\ D(U_3)=D(V_3)=4.2,D(U_4)=D(V_4)=3.5.$$

20. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k,V_k,k=\overline{1{,}5}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{gathered}D(U_1)=D(V_1)=12.5,\ D(U_2)=D(V_2)=4.,\ D(U_3)=D(V_3)=1,D(U_4)=\\=D(V_4)=4,\ D(U_5)=D(V_5)=8.\end{gathered}.$$

21. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k,V_k,k=\overline{1{,}6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{gathered}D(U_1)=D(V_1)=10.9,\ D(U_2)=D(V_2)=4.6,\ D(U_3)=D(V_3)=5.3,D(U_4)=\\=D(V_4)=7.1,\ D(U_5)=D(V_5)=2.9,\ D(U_6)=D(V_6)=3.\end{gathered}.$$

22. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=7.6,\ D(U_2)=D(V_2)=2.5,\ D(U_3)=D(V_3)=7, D(U_4)=D(V_4)=1.$$

23. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{5}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,5}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{aligned}&D(U_1)=D(V_1)=2.7,\ D(U_2)=D(V_2)=4.4,\ D(U_3)=D(V_3)=1.9, D(U_4)=\\&=D(V_4)=5,\ D(U_5)=D(V_5)=7.\end{aligned}.$$

24. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{6}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,6}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$\begin{aligned}&D(U_1)=D(V_1)=1.8,\ D(U_2)=D(V_2)=8.5,\ D(U_3)=D(V_3)=5, D(U_4)=\\&=D(V_4)=4.7,\ D(U_5)=D(V_5)=2.6,\ D(U_6)=D(V_6)=6.4.\end{aligned}$$

25. Построить дискретный спектр стационарного случайного процесса $X(t)=\sum_{k=1}^{4}\left[U_k\cos kt+V_k\sin kt\right]$, где $U_k, V_k, k=\overline{1,4}$- некоррелированные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями:

$$D(U_1)=D(V_1)=2.2,\ D(U_2)=D(V_2)=1.4,\ D(U_3)=D(V_3)=7.7, D(U_4)=D(V_4)=9.9.$$

Задача № 5

1. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0=\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

2. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

3. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

4. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

5. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

6. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

7. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{7}{8} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

8. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

9. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{11} & \frac{10}{11} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

10. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

11. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{8}, \frac{7}{8}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{12} & \frac{11}{12} \\ \frac{1}{22} & \frac{21}{22} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

12. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$ и матрицей перехода

$$P=\begin{pmatrix} \frac{19}{20} & \frac{1}{20} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

13. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0=\left(\frac{1}{7},\frac{6}{7}\right)$ и матрицей перехода

$$P=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

14. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0=\left(\frac{8}{9},\frac{1}{9}\right)$ и матрицей перехода

$$P=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

15. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0=\left(\frac{1}{10},\frac{9}{10}\right)$ и матрицей перехода

$$P=\begin{pmatrix} \frac{1}{13} & \frac{12}{13} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

16. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

17. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{12} & \frac{11}{12} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

18. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{3}{7}, \frac{4}{7}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

19. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

20. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{7}{11} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

21. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

22. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{6}{13} & \frac{7}{13} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

23. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{5}{11} & \frac{6}{11} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

24. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет в первое состояние.

25. Марковская цепь с двумя состояниями задается вектором начальных вероятностей $\vec{\pi}_0 = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ и матрицей перехода

$$P = \begin{pmatrix} \frac{3}{13} & \frac{10}{13} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность того, что после первого шага цепь перейдет во второе состояние.

Приложение 1.

Таблица значений плотности стандартного нормального распределения

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,398942	0,398922	0,398862	0,398763	0,398623	0,398444	0,398225	0,397966	0,397668	0,397330
0,1	0,396953	0,396536	0,396080	0,395585	0,395052	0,394479	0,393868	0,393219	0,392531	0,391806
0,2	0,391043	0,390242	0,389404	0,388529	0,387617	0,386668	0,385683	0,384663	0,383606	0,382515
0,3	0,381388	0,380226	0,379031	0,377801	0,376537	0,375240	0,373911	0,372548	0,371154	0,369728
0,4	0,36827	0,366782	0,365263	0,363714	0,362135	0,360527	0,358890	0,357225	0,355533	0,353812
0,5	0,352065	0,350292	0,348493	0,346668	0,344818	0,342944	0,341046	0,339124	0,337180	0,335213
0,6	0,333225	0,331215	0,329184	0,327133	0,325062	0,322972	0,320864	0,318737	0,316593	0,314432
0,7	0,312254	0,310060	0,307851	0,305627	0,303389	0,301137	0,298872	0,296595	0,294305	0,292004
0,8	0,289692	0,287369	0,285036	0,282694	0,280344	0,277985	0,275618	0,273244	0,270864	0,268477
0,9	0,266085	0,263688	0,261286	0,258881	0,256471	0,254059	0,251644	0,249228	0,246809	0,24439
1,0	0,241971	0,239551	0,237132	0,234714	0,232297	0,229882	0,227470	0,22506	0,222653	0,220251
1,1	0,217852	0,215458	0,213069	0,210686	0,208308	0,205936	0,203571	0,201214	0,198863	0,196520
1,2	0,194186	0,19186	0,189543	0,187235	0,184937	0,182649	0,180371	0,178104	0,175847	0,173602
1,3	0,171369	0,169147	0,166937	0,164740	0,162555	0,160383	0,158225	0,15608	0,153948	0,151831
1,4	0,149727	0,147639	0,145564	0,143505	0,14146	0,139431	0,137417	0,135418	0,133435	0,131468
1,5	0,129518	0,127583	0,125665	0,123763	0,121878	0,120009	0,118157	0,116323	0,114505	0,112704
1,6	0,110921	0,109155	0,107406	0,105675	0,103961	0,102265	0,100586	0,098925	0,097282	0,095657
1,7	0,094049	0,092459	0,090887	0,089333	0,087796	0,086277	0,084776	0,083293	0,081828	0,08038
1,8	0,07895	0,077538	0,076143	0,074766	0,073407	0,072065	0,070740	0,069433	0,068144	0,066871
1,9	0,065616	0,064378	0,063157	0,061952	0,060765	0,059595	0,058441	0,057304	0,056183	0,055079
2,0	0,053991	0,052919	0,051864	0,050824	0,04980	0,048792	0,047800	0,046823	0,045861	0,044915
2,1	0,043984	0,043067	0,042166	0,041280	0,040408	0,039550	0,038707	0,037878	0,037063	0,036262
2,2	0,035475	0,034701	0,033941	0,033194	0,03246	0,031740	0,031032	0,030337	0,029655	0,028985
2,3	0,028327	0,027682	0,027048	0,026426	0,025817	0,025218	0,024631	0,024056	0,023491	0,022937
2,4	0,022395	0,021862	0,021341	0,020829	0,020328	0,019837	0,019356	0,018885	0,018423	0,017971
2,5	0,017528	0,017095	0,016670	0,016254	0,015848	0,015449	0,015060	0,014678	0,014305	0,01394
2,6	0,013583	0,013234	0,012892	0,012558	0,012232	0,011912	0,011600	0,011295	0,010997	0,010706
2,7	0,010421	0,010143	0,009871	0,009606	0,009347	0,009094	0,008846	0,008605	0,00837	0,00814
2,8	0,007915	0,007697	0,007483	0,007274	0,007071	0,006873	0,006679	0,006491	0,006307	0,006127
2,9	0,005953	0,005782	0,005616	0,005454	0,005296	0,005143	0,004993	0,004847	0,004705	0,004567
3,0	0,004432	0,004301	0,004173	0,004049	0,003928	0,003810	0,003695	0,003584	0,003475	0,00337
3,1	0,003267	0,003167	0,00307	0,002975	0,002884	0,002794	0,002707	0,002623	0,002541	0,002461
3,2	0,002384	0,002309	0,002236	0,002165	0,002096	0,002029	0,001964	0,001901	0,001840	0,001780
3,3	0,001723	0,001667	0,001612	0,001560	0,001508	0,001459	0,001411	0,001364	0,001319	0,001275

3,4	0,001232	0,001191	0,001151	0,001112	0,001075	0,001038	0,001003	0,000969	0,000936	0,000904
3,5	0,000873	0,000843	0,000814	0,000785	0,000758	0,000732	0,000706	0,000681	0,000657	0,000634
3,6	0,000612	0,00059	0,000569	0,000549	0,000529	0,000510	0,000492	0,000474	0,000457	0,000441
3,7	0,000425	0,000409	0,000394	0,000380	0,000366	0,000353	0,000340	0,000327	0,000315	0,000303
3,8	0,000292	0,000281	0,000271	0,000260	0,000251	0,000241	0,000232	0,000223	0,000215	0,000207
3,9	0,000199	0,000191	0,000184	0,000177	0,000170	0,000163	0,000157	0,000151	0,000145	0,000139
4,0	0,000134	0,000129	0,000124	0,000119	0,000114	0,000109	0,000105	0,000101	0,000097	0,000093

Приложение 2.

Таблица значений функции Лапласа

$$\Phi(x)=\int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,00000	0,50	0,19146	1,00	0,34134	1,50	0,43319	2,00	0,47725	3,00	0,49865
0,01	0,00399	0,51	0,19497	1,01	0,34375	1,51	0,43448	2,02	0,47831	3,05	0,49886
0,02	0,00798	0,52	0,19847	1,02	0,34614	1,52	0,43574	2,04	0,47932	3,10	0,49903
0,03	0,01197	0,53	0,20194	1,03	0,34849	1,53	0,43699	2,06	0,48030	3,15	0,49918
0,04	0,01595	0,54	0,20540	1,04	0,35083	1,54	0,43822	2,08	0,48124	3,20	0,49931
0,05	0,01994	0,55	0,20884	1,05	0,35314	1,55	0,43943	2,10	0,48214	3,25	0,49942
0,06	0,02392	0,56	0,21226	1,06	0,35543	1,56	0,44062	2,12	0,48300	3,30	0,49952
0,07	0,02790	0,57	0,21566	1,07	0,35769	1,57	0,44179	2,14	0,48382	3,35	0,49960
0,08	0,03188	0,58	0,21904	1,08	0,35993	1,58	0,44295	2,16	0,48461	3,40	0,49966
0,09	0,03586	0,59	0,22240	1,09	0,36214	1,59	0,44408	2,18	0,48537	3,45	0,49972
0,10	0,03983	0,60	0,22575	1,10	0,36433	1,60	0,44520	2,20	0,48610	3,50	0,49977
0,11	0,04380	0,61	0,22907	1,11	0,36650	1,61	0,44630	2,22	0,48679	3,55	0,49981
0,12	0,04776	0,62	0,23237	1,12	0,36864	1,62	0,44738	2,24	0,48745	3,60	0,49984
0,13	0,05172	0,63	0,23565	1,13	0,37076	1,63	0,44845	2,26	0,48809	3,65	0,49987
0,14	0,05567	0,64	0,23891	1,14	0,37286	1,64	0,44950	2,28	0,48870	3,70	0,49989
0,15	0,05962	0,65	0,24215	1,15	0,37493	1,65	0,45053	2,30	0,48928	3,75	0,49991
0,16	0,06356	0,66	0,24537	1,16	0,37698	1,66	0,45154	2,32	0,48983	3,80	0,49993
0,17	0,06749	0,67	0,24857	1,17	0,37900	1,67	0,45254	2,34	0,49036	3,85	0,49994
0,18	0,07142	0,68	0,25175	1,18	0,38100	1,68	0,45352	2,36	0,49086	3,90	0,49995
0,19	0,07535	0,69	0,25490	1,19	0,38298	1,69	0,45449	2,38	0,49134	3,95	0,49996
0,20	0,07926	0,70	0,25804	1,20	0,38493	1,70	0,45543	2,40	0,49180	4,00	0,49997
0,21	0,08317	0,71	0,26115	1,21	0,38686	1,71	0,45637	2,42	0,49224	4,05	0,49997
0,22	0,08706	0,72	0,26424	1,22	0,38877	1,72	0,45728	2,44	0,49266	4,10	0,49998
0,23	0,09095	0,73	0,26730	1,23	0,39065	1,73	0,45818	2,46	0,49305	4,15	0,49998
0,24	0,09483	0,74	0,27035	1,24	0,39251	1,74	0,45907	2,48	0,49343	4,20	0,49999
0,25	0,09871	0,75	0,27337	1,25	0,39435	1,75	0,45994	2,50	0,49379	4,25	0,49999
0,26	0,10257	0,76	0,27637	1,26	0,39617	1,76	0,46080	2,52	0,49413	4,30	0,49999
0,27	0,10642	0,77	0,27935	1,27	0,39796	1,77	0,46164	2,54	0,49446	4,35	0,49999

0,28	0,11026	0,78	0,28230	1,28	0,39973	1,78	0,46246	2,56	0,49477	4,40	0,49999
0,29	0,11409	0,79	0,28524	1,29	0,40147	1,79	0,46327	2,58	0,49506	4,45	0,50000
0,30	0,11791	0,80	0,28814	1,30	0,40320	1,80	0,46407	2,60	0,49534	4,50	0,50000
0,31	0,12172	0,81	0,29103	1,31	0,40490	1,81	0,46485	2,62	0,49560	4,55	0,50000
0,32	0,12552	0,82	0,29389	1,32	0,40658	1,82	0,46562	2,64	0,49585	4,60	0,50000
0,33	0,12930	0,83	0,29673	1,33	0,40824	1,83	0,46638	2,66	0,49609	4,65	0,50000
0,34	0,13307	0,84	0,29955	1,34	0,40988	1,84	0,46712	2,68	0,49632	4,70	0,50000
0,35	0,13683	0,85	0,30234	1,35	0,41149	1,85	0,46784	2,70	0,49653	4,75	0,50000
0,36	0,14058	0,86	0,30511	1,36	0,41309	1,86	0,46856	2,72	0,49674	4,80	0,50000
0,37	0,14431	0,87	0,30785	1,37	0,41466	1,87	0,46926	2,74	0,49693	4,85	0,50000
0,38	0,14803	0,88	0,31057	1,38	0,41621	1,88	0,46995	2,76	0,49711	4,90	0,50000
0,39	0,15173	0,89	0,31327	1,39	0,41774	1,89	0,47062	2,78	0,49728	4,95	0,50000
0,40	0,15542	0,90	0,31594	1,40	0,41924	1,90	0,47128	2,80	0,49744	5,00	0,50000
0,41	0,15910	0,91	0,31859	1,41	0,42073	1,91	0,47193	2,82	0,49760		
0,42	0,16276	0,92	0,32121	1,42	0,42220	1,92	0,47257	2,84	0,49774		
0,43	0,16640	0,93	0,32381	1,43	0,42364	1,93	0,47320	2,86	0,49788		
0,44	0,17003	0,94	0,32639	1,44	0,42507	1,94	0,47381	2,88	0,49801		
0,45	0,17364	0,95	0,32894	1,45	0,42647	1,95	0,47441	2,90	0,49813		
0,46	0,17724	0,96	0,33147	1,46	0,42785	1,96	0,47500	2,92	0,49825		
0,47	0,18082	0,97	0,33398	1,47	0,42922	1,97	0,47558	2,94	0,49836		
0,48	0,18439	0,98	0,33646	1,48	0,43056	1,98	0,47615	2,96	0,49846		
0,49	0,18793	0,99	0,33891	1,49	0,43189	1,99	0,47670	2,98	0,49856		

Приложение 3

Критические точки распределения Стьюдента

k \ α	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6192
2	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,924
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460

35	1,6896	2,0301	2,4377	2,7238	3,5911
40	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
45	1,6794	2,0141	2,4121	2,6896	3,5203
50	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,4960
55	1,6730	2,004	2,3961	2,6682	3,4764
60	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
70	1,6669	1,9944	2,3808	2,6479	3,4350
80	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
90	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316	3,4019
100	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	3,3905
110	1,6588	1,9818	2,3607	2,6213	3,3812
120	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174	3,3735
∞	1,6448	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

Приложение 4
Критические точки для χ_n^2 распределения

$n \backslash \alpha$	**0.995**	**0.990**	**0.975**	**0.950**	**0.900**	**0.750**	**0.500**	**0.250**	**0.100**	**0.050**	**0.025**	**0.010**
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.10153	0.45494	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072	0.57536	1.38629	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437	1.21253	2.36597	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	1.92256	3.35669	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031	2.67460	4.35146	6.62568	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627
6	0.67573	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413	3.45460	5.34812	7.84080	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412	10.21885	13.36157	15.50731	17.53455	20.09024
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283	11.38875	14.68366	16.91898	19.02277	21.66599
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182	12.54886	15.98718	18.30704	20.48318	23.20925
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778	7.58414	10.34100	13.70069	17.27501	19.67514	21.92005	24.72497
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.30380	8.43842	11.34032	14.84540	18.54935	21.02607	23.33666	26.21697
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.04150	9.29907	12.33976	15.98391	19.81193	22.36203	24.73560	27.68825
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953	10.16531	13.33927	17.11693	21.06414	23.68479	26.11895	29.14124
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676	11.03654	14.33886	18.24509	22.30713	24.99579	27.48839	30.57791
16	5.14221	5.81221	6.90766	7.96165	9.31224	11.91222	15.33850	19.36886	23.54183	26.29623	28.84535	31.99993
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.08519	12.79193	16.33818	20.48868	24.76904	27.58711	30.19101	33.40866
18	6.26480	7.01491	8.23075	9.39046	10.86494	13.67529	17.33790	21.60489	25.98942	28.86930	31.52638	34.80531
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.11701	11.65091	14.56200	18.33765	22.71781	27.20357	30.14353	32.85233	36.19087
20	7.43384	8.26040	9.59078	10.85081	12.44261	15.45177	19.33743	23.82769	28.41198	31.41043	34.16961	37.56623
21	8.03365	8.89720	10.28290	11.59131	13.23960	16.34438	20.33723	24.93478	29.61509	32.67057	35.47888	38.93217
22	8.64272	9.54249	10.98232	12.33801	14.04149	17.23962	21.33704	26.03927	30.81328	33.92444	36.78071	40.28936
23	9.26042	10.19572	11.68855	13.09051	14.84796	18.13730	22.33688	27.14134	32.00690	35.17246	38.07563	41.63840
24	9.88623	10.85636	12.40115	13.84843	15.65868	19.03725	23.33673	28.24115	33.19624	36.41503	39.36408	42.97982
25	10.51965	11.52398	13.11972	14.61141	16.47341	19.93934	24.33659	29.33885	34.38159	37.65248	40.64647	44.31410
26	11.16024	12.19815	13.84390	15.37916	17.29188	20.84343	25.33646	30.43457	35.56317	38.88514	41.92317	45.64168
27	11.80759	12.87850	14.57338	16.15140	18.11390	21.74940	26.33634	31.52841	36.74122	40.11327	43.19451	46.96294
28	12.46134	13.56471	15.30786	16.92788	18.93924	22.65716	27.33623	32.62049	37.91592	41.33714	44.46079	48.27824
29	13.12115	14.25645	16.04707	17.70837	19.76774	23.56659	28.33613	33.71091	39.08747	42.55697	45.72229	49.58788
30	13.78672	14.95346	16.79077	18.49266	20.59923	24.47761	29.33603	34.79974	40.25602	43.77297	46.97924	50.89218

Приложение 5

Критические точки для распределения Фишера (F-распределение)

Уровень значимости α = 0,10

k_2	k_1										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,40	9,41
3	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,22	5,22
4	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,91	3,90
5	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,28	3,27
6	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,92	2,90
7	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,68	2,67
8	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,52	2,50
9	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,40	2,38
10	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,30	2,28
11	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,23	2,21
12	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,17	2,15
13	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,12	2,10
14	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,07	2,05

Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$

k_2	k_1										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
3	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74
4	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91
5	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68
6	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57
8	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28
9	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07
10	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91
11	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79
12	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69
13	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60
14	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53

Рекомендуемая литература

1. Ширяев А.Н. Вероятность. - М.: Наука, 1980. - 576 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2005. – 479 с. : ил.

3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2005. – 404 с. : ил.

4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.

5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.

6. О.М.Полещук Основы теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие.-М: ГОУ ВПО МГУЛ, 2007.-140 с. : ил.

7. О.М.Полещук Элементы теории вероятностей и случайных процессов: учеб. пособие.-М:ГОУ ВПО МГУЛ, 2006.-68 с. : ил.

8. О.М.Полещук Основы теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов: учеб. пособие.- М:ГОУ ВПО МГУЛ, 2012.-256 с. : ил.

9. О.М.Полещук, Е.Г.Комаров Математическая статистика: практикум-М:ГОУ ВПО МГУЛ, 2013.-90 с. : ил.