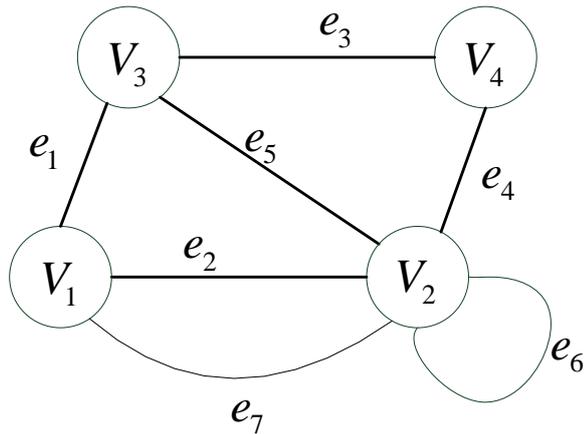


Тема: Основные понятия теории графов. Неориентированные графы.

Лабораторная работа № 1.

№ 1. Дан граф  $G(V, E)$ .



Определить:

- 1) Множества  $V$  и  $E$ .
- 2) Пары смежных вершин.
- 3) Инцидентность ребра вершинам.
- 4) Пары смежных ребер.
- 5) Степени вершин.
- 6) Параллельные ребра.
- 7) Наличие петель.

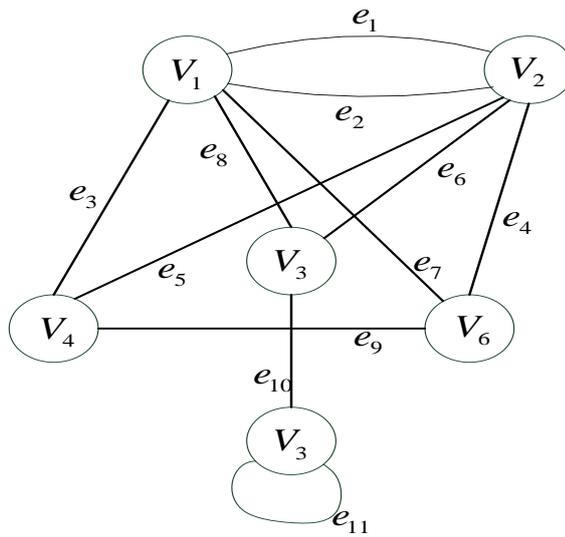
№ 2. Построить неизоморфные графы с пятью вершинами и ребрами,  $i = \overline{0,10}$ .

Лабораторная работа № 2.

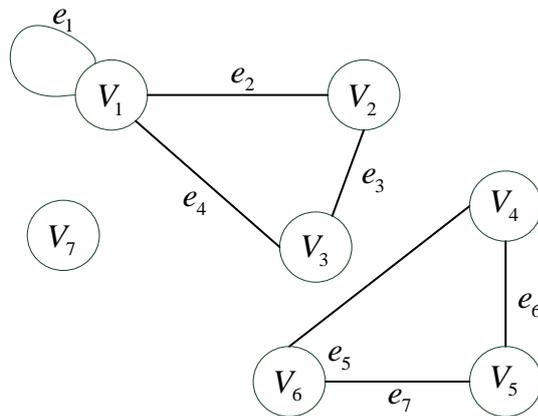
№ 1. Построить матрицы смежности и инцидентности для графов:

а)

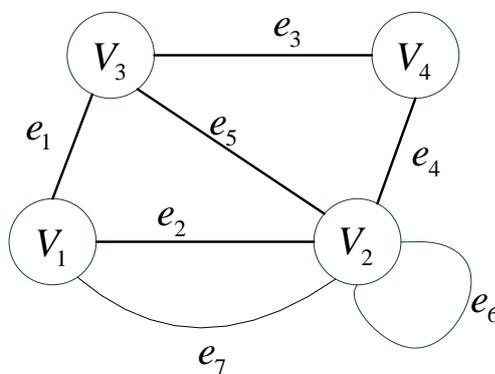
Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



б)

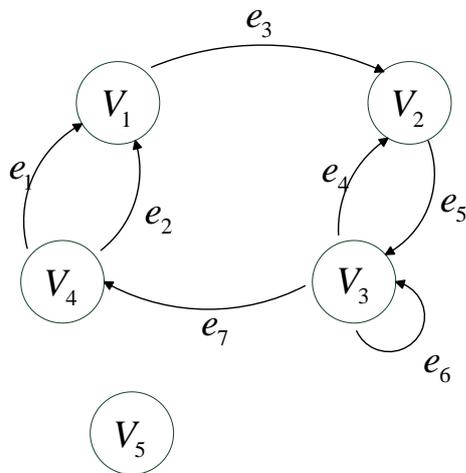


в) Для графа из примера 1 прошлого семинара составить матрицы смежности и инцидентности.



Замечание: Если в графе отсутствуют петли и кратные ребра, то для доказательства изоморфизма достаточно сравнить их матрицы смежности или инцидентности.

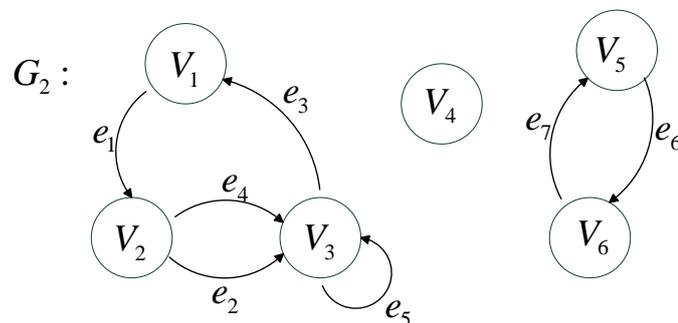
№ 1. Дан граф  $G(V, E)$ .



Найти:

- 1) Множества  $V$  и  $E$ .
- 2) Пары смежных вершин.
- 3) Положительная инцидентность дуг вершинам.
- 4) Отрицательная инцидентность дуг вершинам.
- 5) Наличие петель.
- 6) Наличие строго параллельных дуг.
- 7) Наличие нестрого параллельных дуг.
- 8) Пары смежных дуг.
- 9) Положительные и отрицательные степени вершин. Степень вершин  $\delta(v) = \delta_{(v)}^+ + \delta_{(v)}^-$ .
- 10) Количество вершин нечетной степени.
- 11)  $A$  – матрицу инцидентности.
- 12)  $B$  – матрицу смежности.

№ 2. Дан граф  $G(V, E)$ .



Найти:

- 1) Множества  $V$  и  $E$ .
- 2) Пары смежных вершин.
- 3) Положительная инцидентность дуг вершинам.
- 4) Отрицательная инцидентность дуг вершинам.

**Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»**

- 5) Наличие петель.
- 6) Наличие строго параллельных дуг.
- 7) Наличие нестрого параллельных дуг.
- 8) Пары смежных дуг.
- 9) Положительные и отрицательные степени вершин. Степень вершин  $\delta(v) = \delta_{(v)}^+ + \delta_{(v)}^-$ .
- 10) Количество вершин нечетной степени.
- 11) А – матрицу инцидентности.
- 12) В – матрицу смежности.

№ 3. Даны матрица инцидентности и матрица смежности для графа. Составить схему графа.

$$A_1 = \begin{pmatrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 & e_9 \\ v_1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ v_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 \\ v_1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ v_6 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

№ 4. Дана матрица инцидентности  $A_2$ .

Построить: 1) схему графа.

2) матрицу смежности  $B_2$ .

$$A_2 = \begin{pmatrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 & e_9 & e_{10} & e_{11} \\ v_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ v_5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ v_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_7 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**Тема: Метрические характеристики графов.**

**Лабораторная работа № 3.**

Даны графы (смотри рис.)

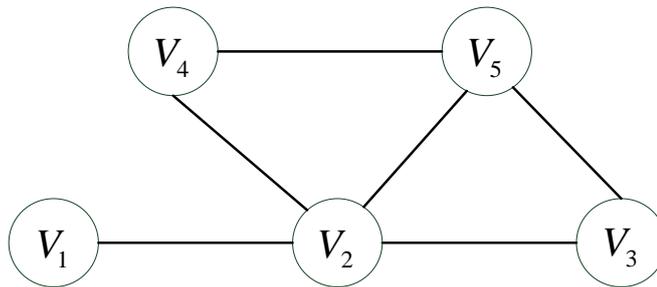
Найти:

- 1) Расстояние между различными вершинами (кратчайшая простая цепь, т.е. все вершины различны, все веса за 1 берем) =  $d(u, v)$ .

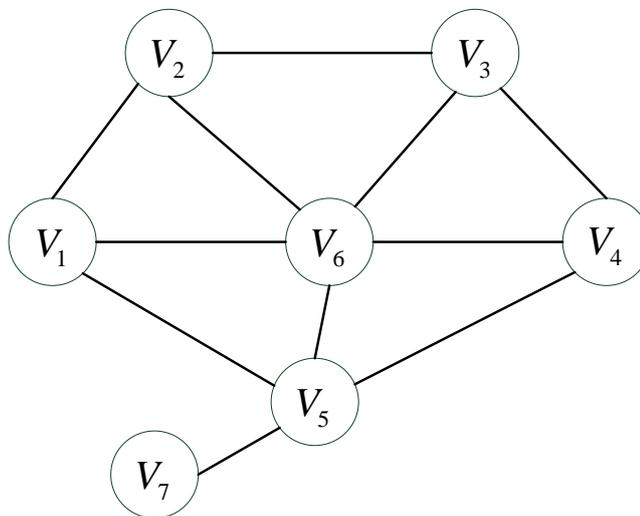
**Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»**

- 2) Экцентриситет каждой вершины  $l(u) = \max_{v \in V} d(u, v)$ .
- 3) Диаметр графа  $d(G) = \max_{u \in V} l(u)$ .
- 4) Радиус графа  $r(G) = \min_{u \in V} l(u)$ .
- 5) Определить центральные вершины графа  $l(v) = r(G)$ .
- 6) Определить центр графа.
- 7) Найти число маршрутов длины 2 для всех вершин графа (т.е.  $B^2$ ).
- 8) Найти число маршрутов длины 3 для всех вершин графа (т.е.  $B^3$ ).
- 9) Определить список смежности для графа  $G$ .

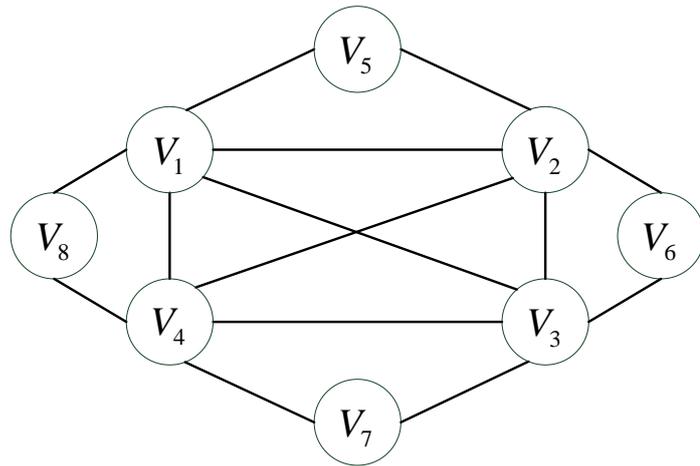
№ 1. Граф 1.



№ 2. Граф 2.



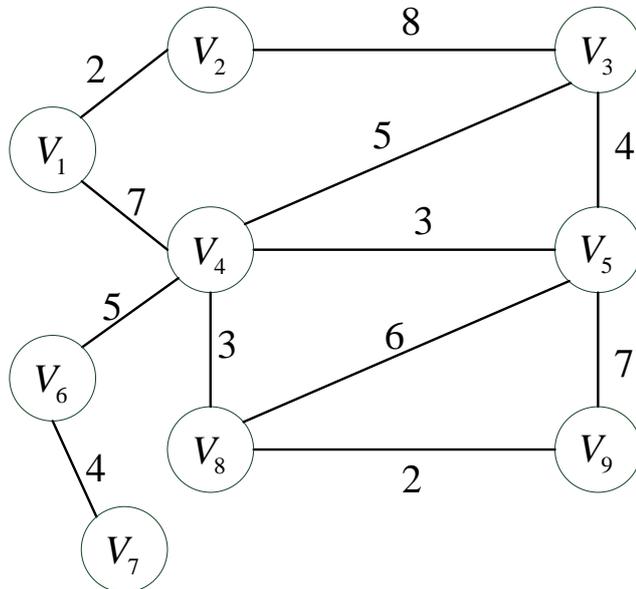
№ 3. Граф 3.



Тема: Алгоритм Краскала.

Лабораторная работа № 4.

№ 1. Дан граф  $G$ .

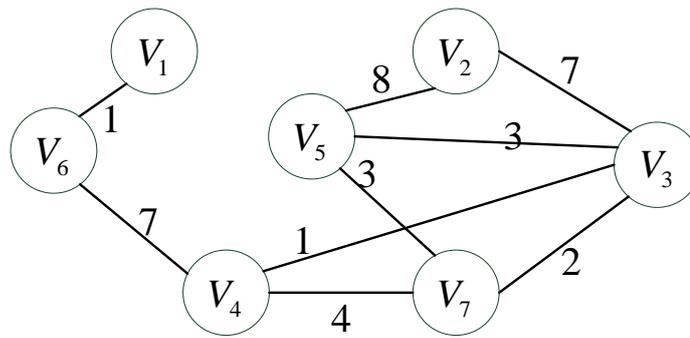


Для графа построить по алгоритму Краскала:

- 1) минимальное покрывающее дерево и найти вес  $w_T$  полученного дерева;
- 2) максимальное покрывающее дерево и найти вес  $w_T$  полученного дерева.

№ 2. Дан граф  $G$ .

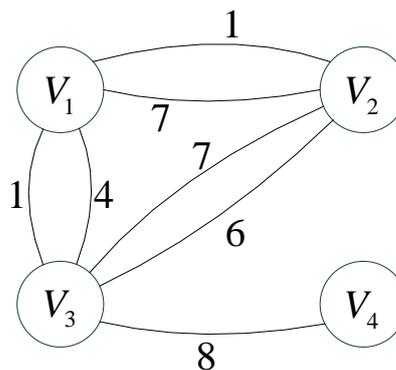
Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



Для графа построить по алгоритму Краскала:

- 1) покрывающее дерево по нумерации;
- 2) минимальное покрывающее дерево. Найти вес  $w_T$  полученного дерева;
- 3) максимальное покрывающее дерево. Найти вес  $w_T$  полученного дерева.

№ 3. Дан граф  $G$ .



Для графа построить по алгоритму Краскала:

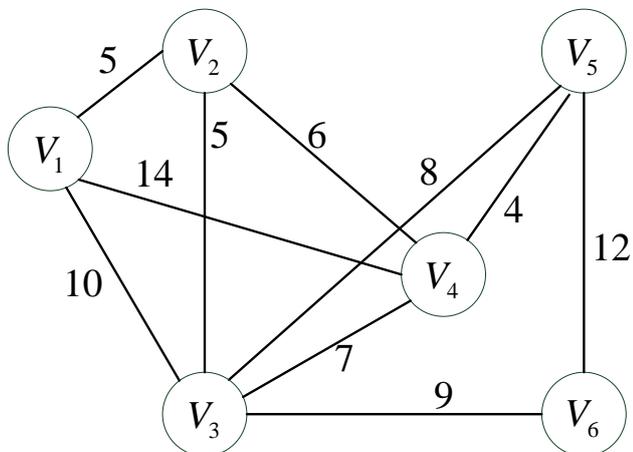
- 1) покрывающее дерево по нумерации;
- 2) минимальное покрывающее дерево. Найти вес  $w_T$  полученного дерева;
- 3) максимальное покрывающее дерево. Найти вес  $w_T$  полученного дерева.

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»

Тема: Алгоритм Прима.

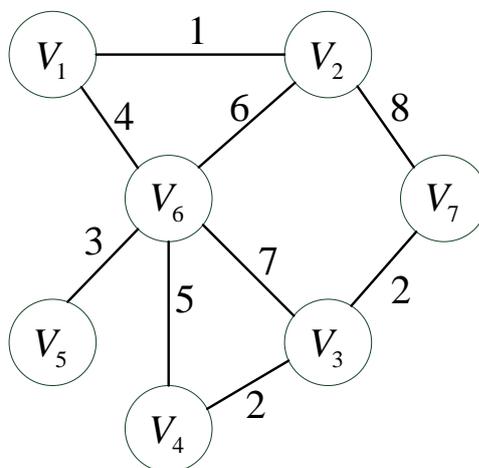
Лабораторная работа № 5.

№ 1. Дан граф  $G$ .



Построить минимальное и максимальное покрывающее дерево по алгоритму Прима и посчитать вес дерева.

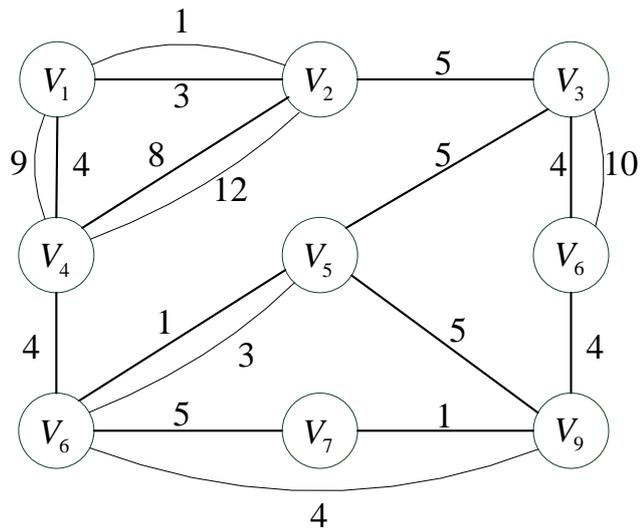
№ 2. Дан граф  $G$ .



Построить максимальное покрывающее дерево по алгоритму Прима и посчитать вес дерева.

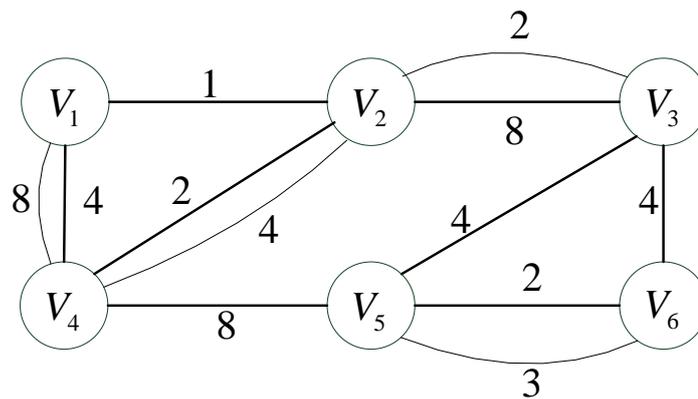
№ 3. Дан граф  $G$ .

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



Построить минимальное покрывающее дерево по алгоритму Прима и найти его вес.

№ 4. Дан граф  $G$ .



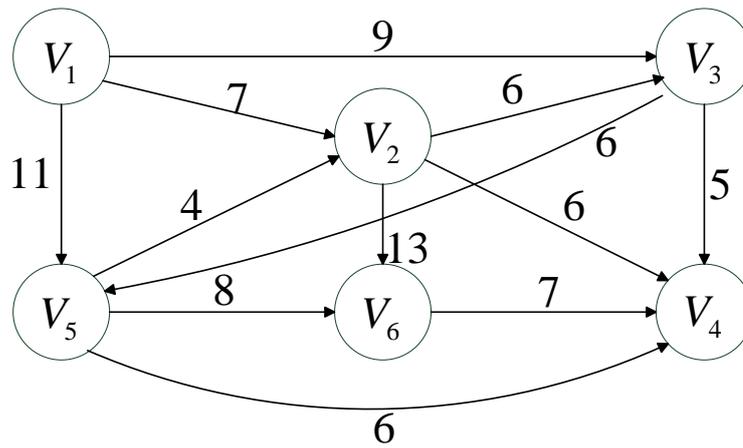
Построить максимальное и минимальное дерево по алгоритму Прима и для каждого посчитать веса. Изобразить результаты в виде деревьев с весами.

**Тема: Алгоритм Дейкстры.**

**Лабораторная работа № 6.**

№ 1. Дан граф  $G$ .

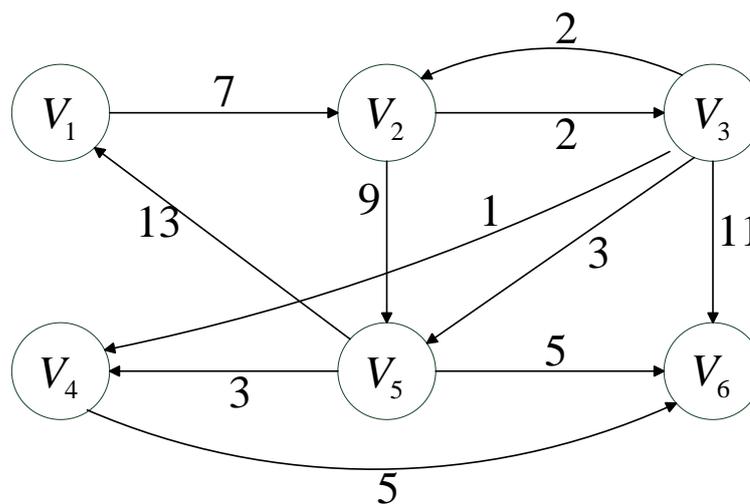
Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



Используя Алгоритм Дейкстры найти минимальный путь и длину

- 1) от вершины  $V_1$  до вершины  $V_4$ ;
- 2) от вершины  $V_3$  до вершины  $V_6$ ;
- 3) от вершины  $V_1$  до вершины  $V_6$ .

№ 2. Дан граф  $G$ .

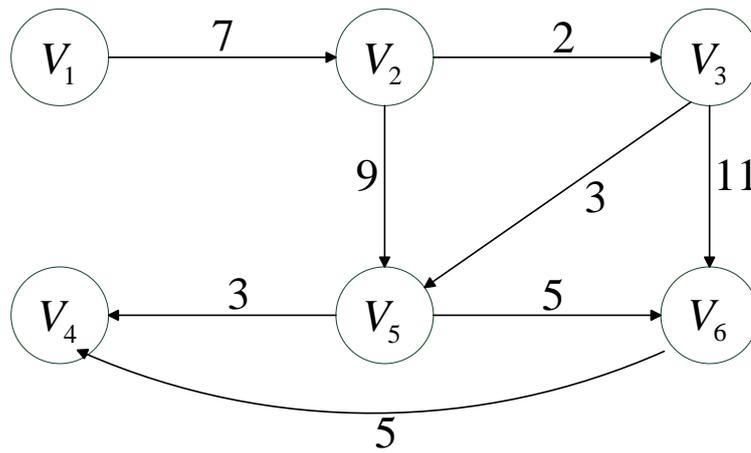


Используя Алгоритм Дейкстры найти минимальный путь и длину

- 1) от вершины  $V_2$  до вершины  $V_4$ ;
- 2) от вершины  $V_1$  до вершины  $V_5$ ;
- 3) от вершины  $V_1$  до вершины  $V_4$ .

№3. Дан граф  $G$ .

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



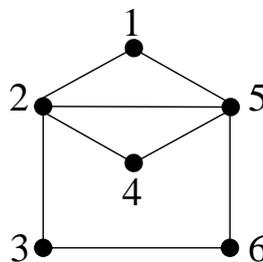
Используя Алгоритм Дейкстры найти минимальный путь и длину

- 1) от вершины  $V_1$  до вершины  $V_4$ ;
- 2) от вершины  $V_1$  до вершины  $V_6$ ;
- 3) от вершины  $V_2$  до вершины  $V_6$ .

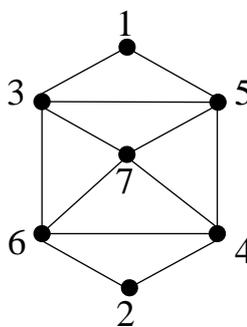
Тема: Поиск эйлерова цикла.

Лабораторная работа № 7.

№ 1. Построить эйлеров цикл в графе, начиная с 4-й вершины и с 3-й вершины.

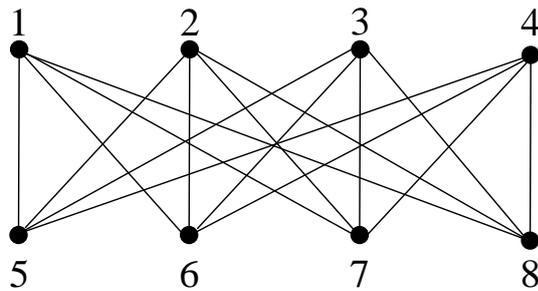


№ 2. Построить эйлеров цикл в графе, начиная с 1-й вершины.

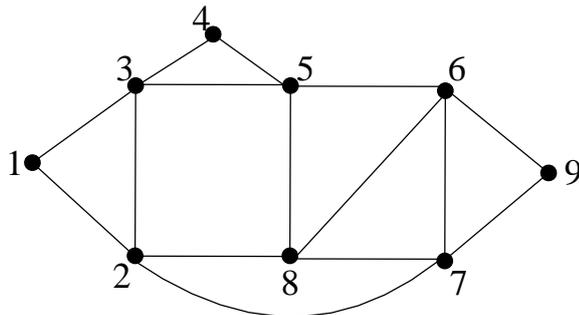


№ 3. Построить эйлеров цикл в графе, начиная с 8-й вершины.

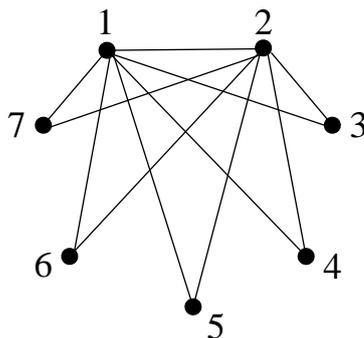
Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



№ 4. Построить эйлеров цикл в графе, начиная с 1-й вершины.



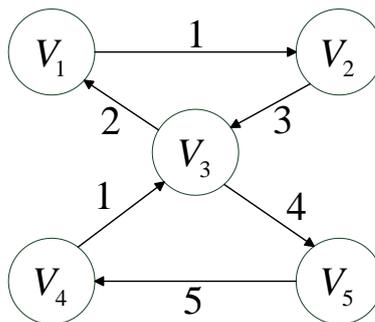
№ 5. Построить эйлеров цикл в графе, начиная с 4-й вершины.



Тема: Алгоритм Уоршалла-Флойда. Задача транзитивного замыкания.

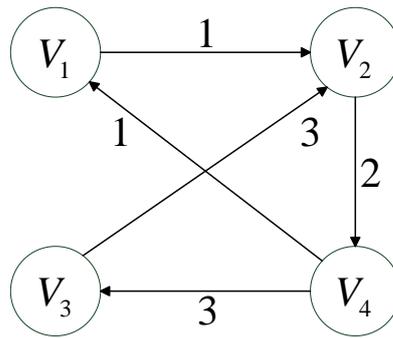
Лабораторная работа № 8.

№ 1. Используя алгоритм Уоршалла-Флойда, найти минимальное расстояние между всеми парами вершин.

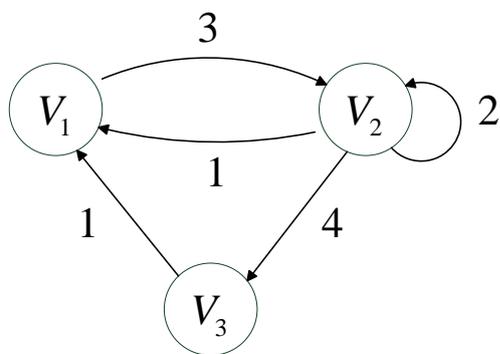


**Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»**

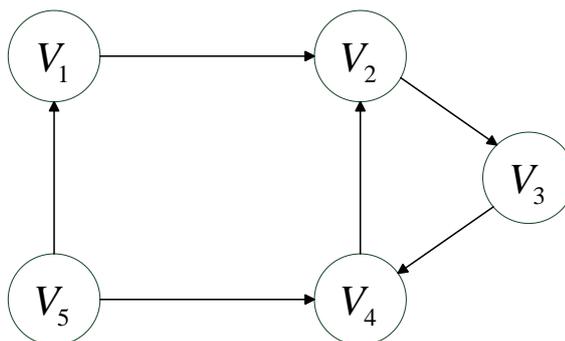
№ 2. Используя алгоритм Уоршалла-Флойда, найти минимальное расстояние между всеми парами вершин.



№ 3. Используя алгоритм Уоршалла-Флойда, найти минимальное расстояние между всеми парами вершин.

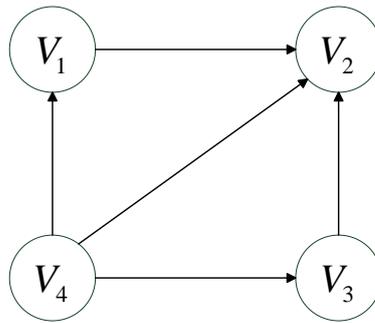


№ 4. Построить транзитивное замыкание для графа и найти матрицу связности графа.

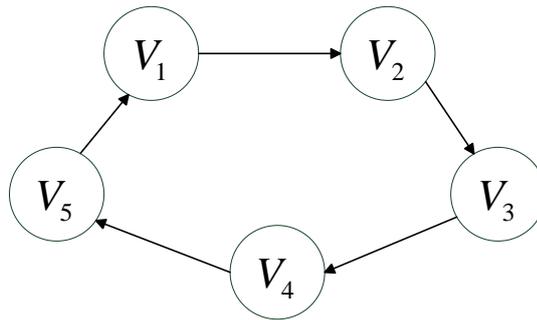


№ 5. Построить транзитивное замыкание для графа и найти матрицу связности графа.

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



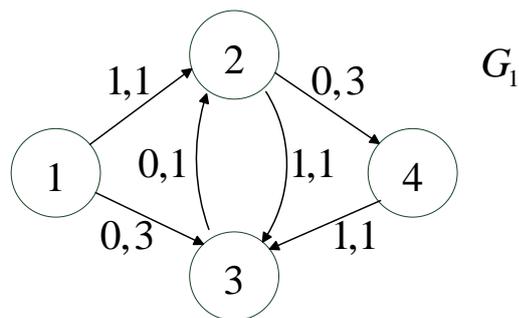
№ 6. Построить транзитивное замыкание для графа и найти матрицу связности графа.



Тема: Потоки на графах.

Лабораторная работа № 9.

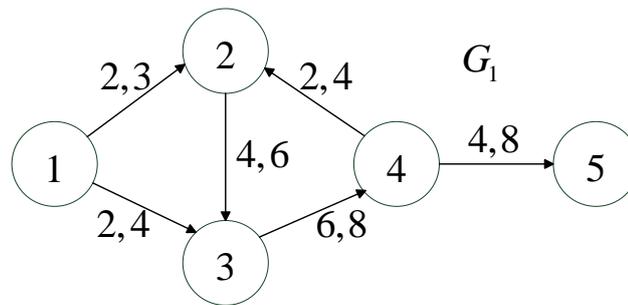
№ 1. Дан граф  $G_1 = \langle V, E \rangle$ .



- 1) Проверить условие существования потока из вершины 1 в вершину 4.
- 2) Найти увеличивающую цепь, если возможно, и увеличить поток.

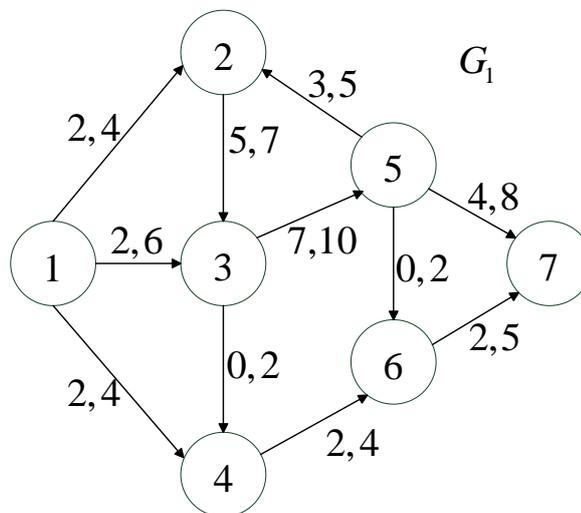
№ 2. Дан граф  $G_1 = \langle V, E \rangle$ .

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



- 1) Проверить условие существования потока из вершины 1 в вершину 5.
- 2) Найти увеличивающую цепь, если возможно, и увеличить поток.

№ 3. Дан граф  $G_1 = \langle V, E \rangle$ .

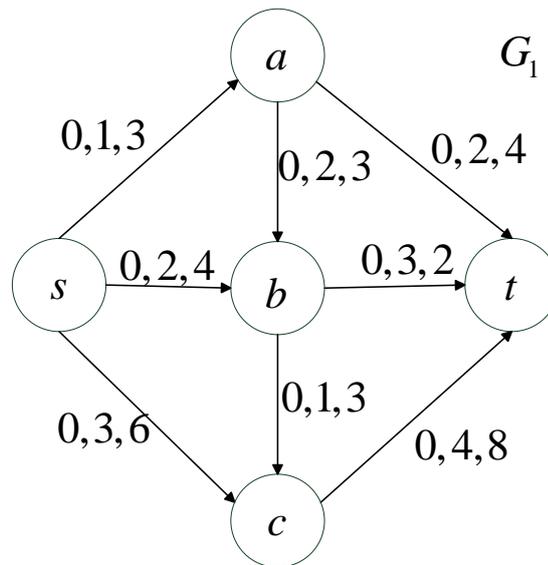


- 1) Проверить условие существования потока из вершины 1 в вершину 7.
- 2) Найти увеличивающую цепь, если возможно, и увеличить поток.

Лабораторная работа № 10.

№ 1. Дан граф  $G_1 = \langle V, E \rangle$ .

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»

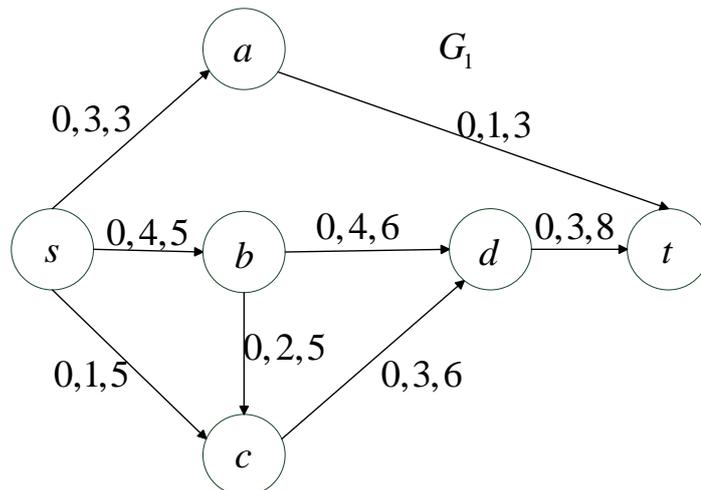


Найти

- 1) максимальный поток  $K_{\max}$  на графе;
- 2) поток минимальной стоимости для  $k = 2, k = 5$ . Узнать стоимости.

Изобразить итоговые графы.

№ 2. Дан граф  $G_1 = \langle V, E \rangle$ .



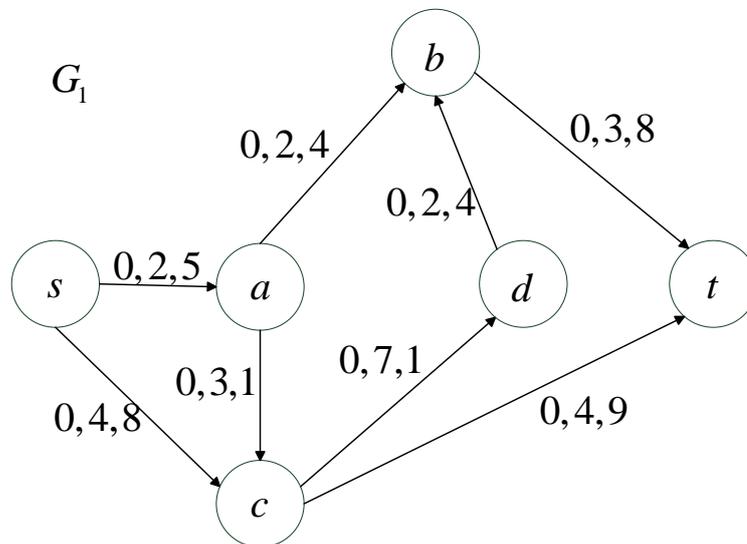
Найти

- 1) максимальный поток  $K_{\max}$  на графе;
- 2) поток минимальной стоимости для  $k = 2, k = 4$ .

**Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»**

Изобразить итоговые графы.

№ 3. Дан граф  $G_1 = \langle V, E \rangle$ .



Найти

- 1) максимальный поток  $K_{\max}$  на графе;
- 2) поток минимальной стоимости для  $k = 2, k = 5$ . Узнать стоимости.

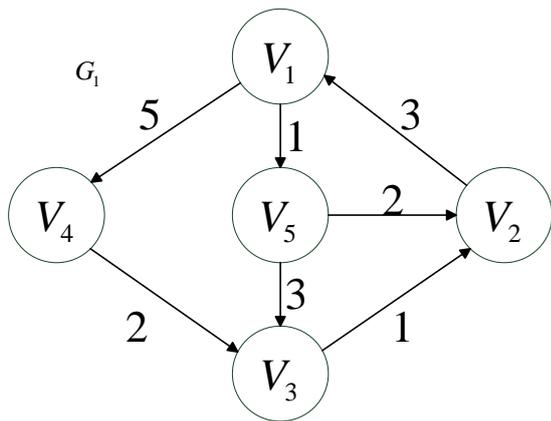
Изобразить итоговые графы.

**Тема: Задача почтальона для орграфа.**

**Семинар 11.**

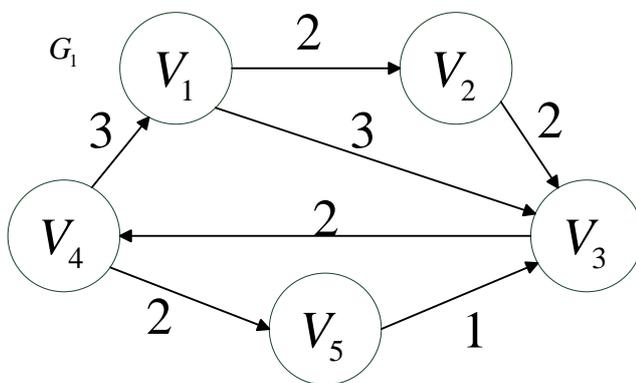
№ 1. Дан граф  $G_1$ .

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



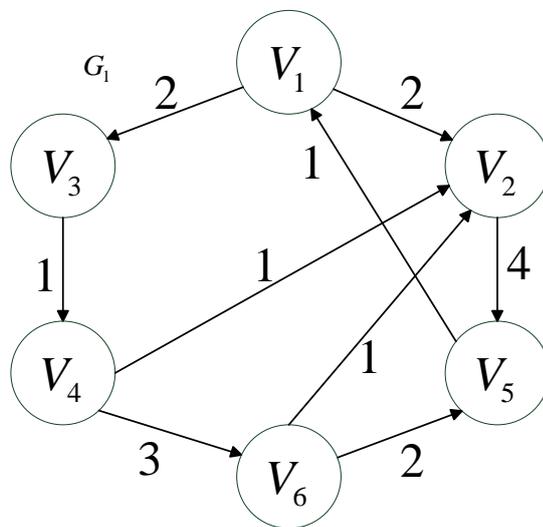
Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_3$ .

№ 2. Дан граф  $G_1$ .



Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_5$ .

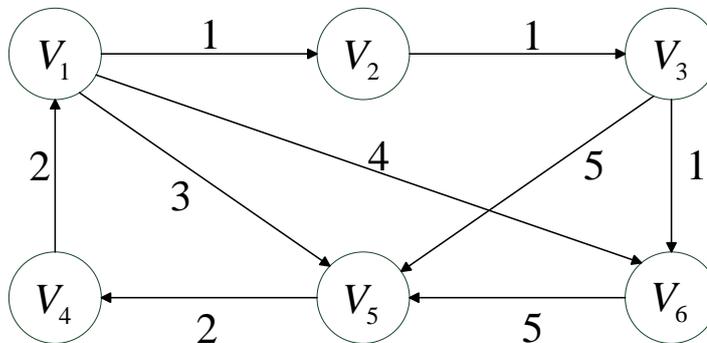
№ 3. Дан граф  $G_1$ .



**Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»**

Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_2$ .

№ 4. Дан граф  $G_1$ .

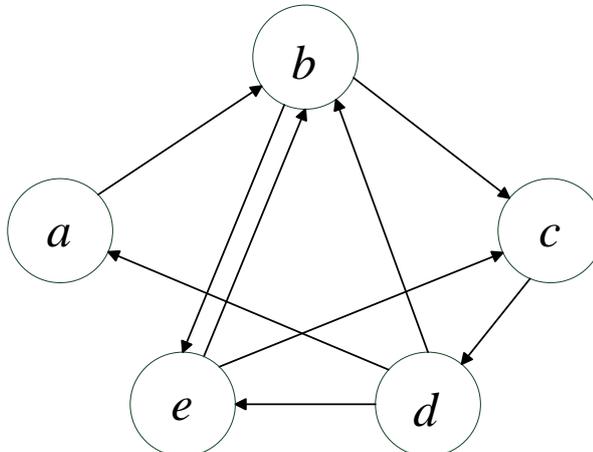


Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_1$ .

**Тема: Гамильтоновы графы.**

**Семинар 12.**

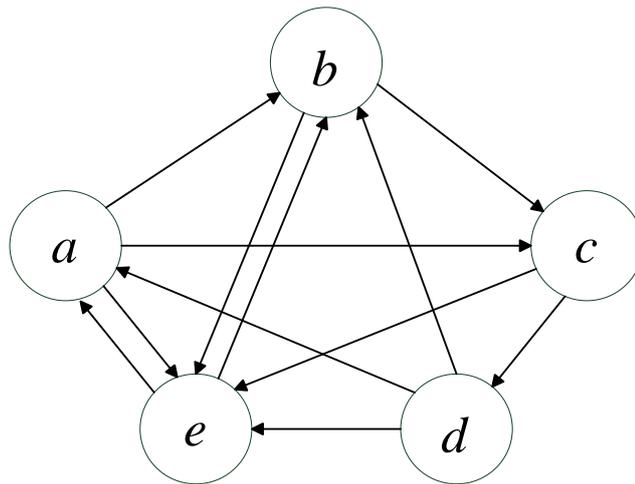
№ 1. Дан граф  $G_1$ .



Из вершины  $b$  найти всевозможные гамильтоновы циклы.

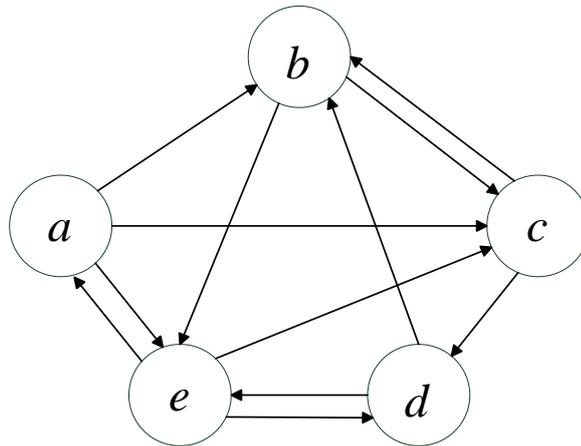
№ 2. Дан граф  $G_1$ .

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория конечных графов»



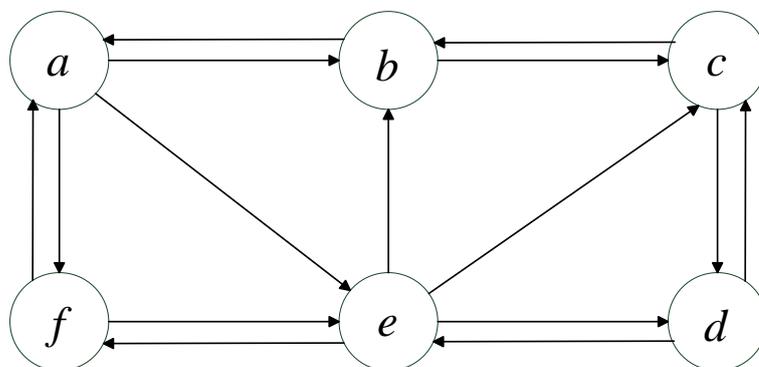
Найти количество гамильтоновых циклов из вершины  $b$  и указать их.

№ 3. Дан граф  $G_1$ .



Найти количество гамильтоновых циклов из вершины  $c$  и указать их.

№ 4. Дан граф  $G_1$ .



Из вершины  $a$  найти всевозможные гамильтоновы циклы.