

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
<<МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ЛЕСА>>

Лабораторная работа № 22
Физический маятник

Проф. Полуэктов Н.П., доц. Усатов И.И., доц. Царьгородцев Ю.П.

Лабораторная работа № 22 Физический маятник

Цель работы: определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника.

Физическим маятником называется любое твердое тело, которое может совершать свободные колебания под действием силы тяжести mg относительно оси, не проходящей через центр тяжести тела. В качестве физического маятника можно, например, использовать однородный стальной стержень массы m длины L , не содержащий дополнительных грузов. На стержне закреплена опорная призма, острое ребро которой является осью качания маятника.

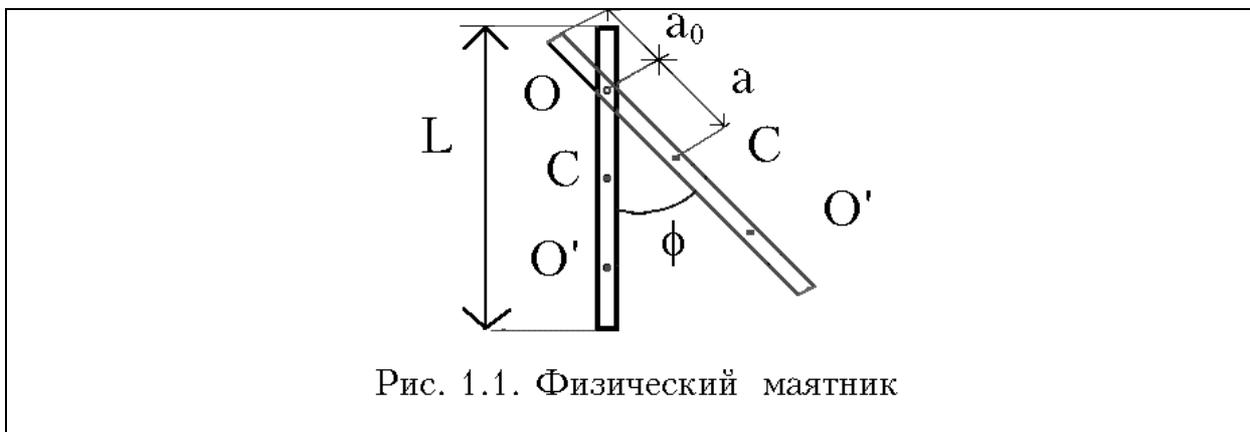


Рис. 1.1. Физический маятник

В случае, когда маятник совершает несколько десятков колебаний без заметного затухания, моментом силы трения в первом приближении можно пренебречь, и уравнение движения маятника записывается в виде:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{M}{I} \quad (1)$$

где I – **момент инерции маятника** относительно оси вращения, α – угол отклонения маятника от положения равновесия, t – **время** колебаний,

$$M = -m g a \sin \alpha$$

– **момент силы тяжести**, действующей на маятник, где a – расстояние от точки подвеса до центра масс.

Подставляя выражение для M в (1), получим уравнение движения маятника в виде:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{m g a}{I} \sin \alpha = 0. \quad (2)$$

При малых углах отклонения $\sin \alpha \approx \alpha$ так, что (2) преобразуется к виду:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega^2 \alpha = 0, \quad (3)$$

где

$$\omega^2 = \frac{m g a}{I}.$$

Соответственно период **малых колебаний** физического маятника определяется формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g a}}. \quad (4)$$

м физического маятника.

Из последней формулы следует, что период колебаний математического маятника не зависит от его массы m .

Если определить периоды колебаний двух маятников с разными длинами, то, согласно формуле (5), можем написать:

Решением уравнения (3) является функция

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (5)$$

Амплитуда α_0 и фаза φ крутильных колебаний зависят от того, как возбуждаются колебания маятника, т.е. определяется начальными условиями задачи. Например, если мы отклоним маятник от положения равновесия на угол α_0 , а затем отпустим его, то в начальный момент времени

$$\alpha(0) = \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = 0.$$

Тогда

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega_0 t). \quad (6)$$

Утверждение о том, что период колебаний физического маятника не зависит ни от фазы, ни от амплитуды колебаний, справедливо только для колебаний, подчиняющихся уравнению (3).

Экспериментальная установка



Рис. 2

Схема и фото экспериментальной установки представлены на рис.2. К основанию 1 крепится колонка 2, на которой закреплен кронштейн 3 с фотоэлектрическим датчиком 4. В отверстиях кронштейна 3 располагается плотно ножа 5, к которому прикреплен физический маятник в виде однородного стержня 6. Таким образом, ось качания маятника лежит на грани ножа. На кронштейне закреплена П-образная деталь, в одном плече которой находится излучатель, а в другом приемник излучения, сигнал с которого подается на миллисекундомер. Внутри П-образной детали установлена узкая полоска, соединенная с маятником. При качании она перекрывает излучение и таким образом определяется число колебаний. На стержне физического маятника 6 через каждые 5см сделаны кольцевые нарезки (для определения расстояния от точки подвеса до центра масс). По стержню может перемещаться тяжелый груз 7. Стержень колеблется относительно горизонтальной оси, опираясь нижним ребром ножа на

закрепленную на штативе опорную площадку. Передвигая и фиксируя груз в различных точках стержня, можно менять расстояние от оси качания маятника до его центра масс в точке C . На основании I укреплён универсальный электронный миллисекундомер δ , позволяющий определять периоды колебаний физического маятников.

Момент инерции физического маятника относительно оси вращения равен сумме моментов инерции стержня I_{cm} и момента инерции груза I_{gp} .

Момент инерции стержня I_{cm} относительно оси качания, проходящий через его край равен :

$$I_{cm} = \frac{1}{3}mL^2 = \frac{0.08 \cdot 0.52^2}{3} = 0.00722 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \quad (7)$$

где $m = 80 \text{ г} = 0.08 \text{ кг}$ – масса стержня, а $L = 0.525 \text{ м}$ - его длина. Момент инерции груза:

$$I_{gp} = Ml^2 = 0.605l^2 \quad (8)$$

где $M = 0.605 \text{ кг}$ – масса груза, а l - расстояние от центра масс груза (т. C) до оси качания.

Поэтому период колебаний физического маятника согласно (4), (6) равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2/3 + Ml^2}{(m+M)ga}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.00722 + 0.605l^2}{0.685ga}} \quad (9)$$

Здесь a – расстояние от оси качания до центра масс физического маятника, которое вычисляется по формуле:

$$(m+M)a = m\frac{L}{2} + Ml = 0.08 \cdot 0.2625 + 0.6l = 0.0208 + 0.605l \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9), получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2/3 + Ml^2}{(m+M)ga}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.00735 + 0.605l^2}{0.685ga}} \quad (11)$$

Возведем левую и правую части (10) в квадрат, преобразуем (10) к виду:

$$0.685aT^2 = \frac{0.29}{g} + \frac{23.86}{g}l^2 \quad (12)$$

Данная формула будет использована для определения ускорения свободного падения g . Для этого обозначим:

$$0.685aT^2 = Y, \quad 0.29/g = A, \quad 23.86/g = B, \quad l^2 = X. \quad (13)$$

Тогда формула (12) преобразуется в уравнение прямой:

$$Y = A + BX \quad (14)$$

Из полученных в эксперименте данных будет построен график, из коэффициентов которого A и B можно определить среднее значение g .

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с экспериментальной установкой. Нажмите клавишу «Сеть».
2. Для определения периода колебаний физического маятника отверните вороток 5 и установите груз на расстоянии 13.3 см от нижней грани ножа (на 2-й рискке сверху). Зафиксируйте это положение.
3. Поправьте положение ножа так, чтобы лезвие его находилось против белых рисок на П-образной детали. Перед каждым измерением это положение необходимо проверять.
4. Проверьте положение пластинки, перекрывающей луч света в П-образной детали. Ее нужно передвинуть так, чтобы она находилась посередине луча.
5. Для определения периода T колебаний математического маятника отклоните маятник на небольшой угол от положения равновесия, затем нажмите на клавишу «Сброс» и отпустите его. После подсчета измерителем нескольких колебаний (удобно после девятого) нажмите на клавишу «Стоп». По времени t , в течение которого совершено 10 полных колебаний, определите период $T=t/10$. Опустите груз на 5 см вниз (на соседнюю риску) и после проверки положений п.п.3-4 снова запустите миллисекундомер. Прделайте эти действия для 8-ми положений груза, начиная от 13.3 см до 48.3 см. данные заносите в таблицу.

Таблица 1

№	$l, м$	$a, м$	$T, с$	X $l^2, м^2$	Y $0.685aT^2$
1	0.133			0,018	
2	0.183			0,033	
3	0.233			0,054	
4	0.283			0,08	
5	0.333			0,111	
6	0.383			0,147	
7	0.433			0,187	
8	0.483			0,233	

1. Постройте график $Y(X)$. Проведите через полученные точки прямую линию так, чтобы сверху и снизу - линии находились точки на приблизительно одинаковом расстоянии. Определите тангенс угла наклона прямой – он равен коэффициенту B в уравнении (13). Запишите также величину Y при $X = 0$. Эта величина равна A в уравнении (13).

2. По формуле (13) рассчитайте среднее значение: $\langle g \rangle = \frac{23.86}{B}$ и $\langle g \rangle = \frac{0.29}{A}$.

3. Рассчитайте среднеквадратичную погрешность:

$$S_{\langle g \rangle} = \langle g \rangle \cdot \sqrt{\left(2 \frac{S_{\langle T \rangle}}{\langle T \rangle}\right)^2 + \left(2 \frac{S_{\langle \ell \rangle}}{\langle \ell \rangle}\right)^2}, \text{ где}$$

$$S_{\langle T \rangle} = \sqrt{\frac{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2}{n-1}} \quad (15)$$

среднеквадратичная погрешность отсчета длины маятника $S_{\langle \ell \rangle} = 1$ мм.

4. Результат представьте в виде $g = \langle g \rangle \pm S_{\langle g \rangle}$.

Контрольные вопросы

1. Что такое гармонические колебания? Составьте дифференциальные уравнения свободных колебаний, совершаемых математическим маятником, физическим маятником. Приведите их решения.
2. Что такое момент инерции тела? Как найти момент инерции однородного стержня? Сформулируйте теорему Штейнера.
3. Объясните методику определения ускорения свободного падения с помощью математического и физического маятников.