



**Козловская Евгения Петровна  
Шаблий Петр Федорович**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12  
«Определение коэффициента трения скольжения»**

Цель работы: изучение поступательного равноускоренного движения с учетом трения скольжения

Методика эксперимента

Внешним трением называется взаимодействие между соприкасающимися телами, препятствующее их относительному перемещению. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о трении покоя. Если же происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о трении скольжения, качения или верчения.

Рассмотрим лежащее на плоскости тело массы  $m_1$  (рис.1), к которому приложена горизонтальная сила  $F$  (здесь и далее жирным шрифтом обозначены векторные величины, обыкновенным – их модули). На тело действуют также сила тяжести  $m_1g$ , сила реакции опоры  $N$  и сила трения  $F_{TR}$ . Если сила  $F$  недостаточна для возникновения скольжения, то силу  $F_{TR}$  называют силой трения покоя. Эта сила меняется от нуля до некоторого значения  $F_{TR.ПОК}$ , называемого максимальной силой трения покоя. При дальнейшем увеличении силы  $F$  начинается скольжение.

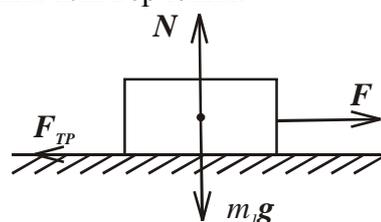


Рис. 1

Кулон экспериментально установил, что величина силы трения скольжения  $F_{TR.СК}$  не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и пропорциональна величине силы нормального давления  $N$ , т.е.

$$F_{TR.СК} = \mu N, \quad (1)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей. Эту формулу можно применить и к трению покоя:  $F_{TR.ПОК} = \mu_{П}N$ , где  $F_{TR.ПОК}$  – максимальное значение силы трения покоя,  $\mu_{П}$  – коэффициент трения покоя.

Коэффициенты  $\mu$  и  $\mu_{П}$  несколько отличаются друг от друга. Коэффициент трения покоя незначительно больше, чем коэффициент трения скольжения – сдвинуть тело с места труднее, чем продолжить начавшееся движение. Переход от силы трения покоя к силе трения скольжения показан на рис. 2.

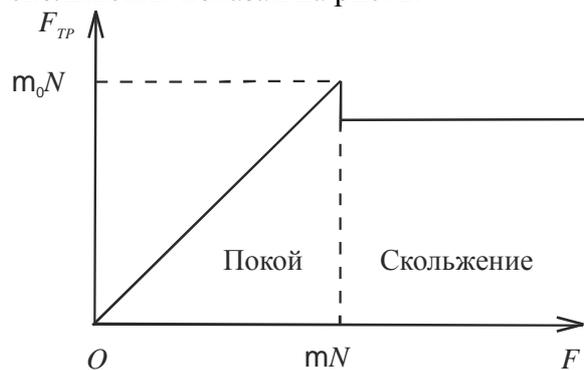


Рис. 2

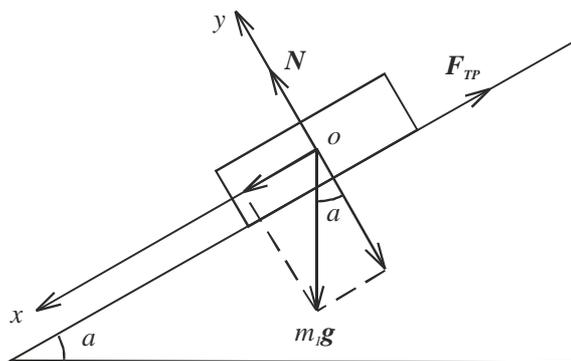


Рис. 3

Однако для многих задач принимают  $\mu_{П} \approx \mu$ , т.е.  $F_{TR.СК} = F_{TR.ПОК}$ .

Рассмотрим брусок массы  $m_1$ , находящийся на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  (рис. 3). На брусок действуют: сила тяжести  $m_1g$ , сила реакции опоры  $N$  и сила трения  $F_{TR}$ . В состоянии покоя бруска:

$$m_1g + N + F_{TR.ПОК} = 0,$$

где  $F_{TR.ПОК}$  – сила трения покоя.

В проекции на оси  $x, y$  это уравнение имеет вид

$$\begin{cases} m_1 g \sin \alpha - F_{\text{ТР.ПОК}} = 0 \\ N - m_1 g \cos \alpha = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Отсюда следует

$$F_{\text{ТР.ПОК}} = m_1 g \sin \alpha. \quad (3)$$

В момент начала соскальзывания бруска сила трения покоя принимает значение, равное силе трения скольжения:

$$F_{\text{ТР.СК}} = F_{\text{ТР.ПОК}}. \quad (4)$$

Или с учетом (1) и (2) имеем

$$F_{\text{ТР.СК}} = \mu N = \mu m g \cos \alpha. \quad (5)$$

Тогда из (4) с учетом (3) и (5) получим

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha, \quad (6)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения, определяющий предельный угол равновесия тела на наклонной плоскости. Этот угол обозначим через  $\alpha_0$ , а коэффициент трения –  $\mu_0$ .

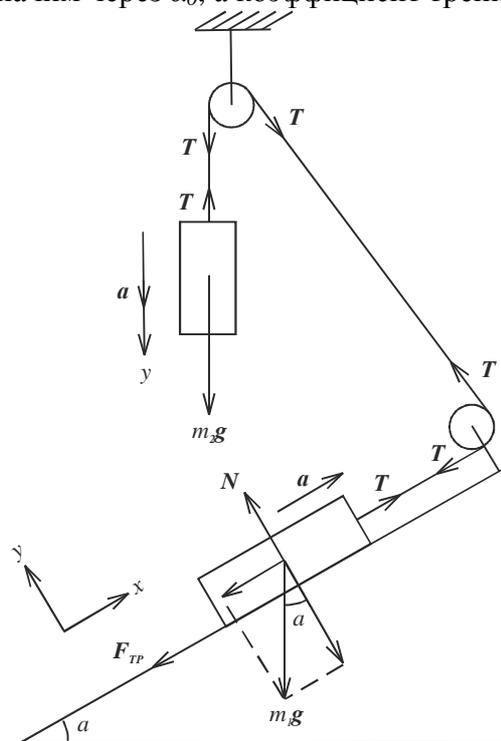


Рис. 4

Рассмотрим движение бруска массы  $m_1$  вверх по наклонной плоскости (рис. 4). Для этого к бруску привяжем невесомую и нерастяжимую нить, другой конец которой перекинем через два неподвижных блока и прикрепим к грузу массы  $m_2$ .

Кроме рассмотренных выше сил на бруски действует также сила натяжения нити  $T$ .

Уравнения движения грузов в проекциях на оси  $x, y$  имеют вид:

$$\begin{cases} T - m_1 g \sin \alpha - F_{\text{ТР}} = m_1 a \\ N - m_1 g \cos \alpha = 0 \\ m_2 g - T = m_2 a, \end{cases} \quad (7)$$

где  $a$  – ускорения грузов  $m_1$  и  $m_2$ .

С учетом, что  $F_{\text{ТР}} = \mu N$ , из системы уравнений (7) имеем:

$$a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1 \sin \alpha) - \mu m_1 g \cos \alpha. \quad (8)$$

Пути, пройденные телами  $m_1$  и  $m_2$  за время  $t$ , одинаковы и равны  $\ell$ :

$$\ell = \frac{at^2}{2} \quad \text{или} \quad a = \frac{2\ell}{t^2}. \quad (9)$$

Тогда из уравнений (8), (9) получаем

$$\mu = \frac{g(m_2 - m_1 \sin \alpha) - \frac{2\ell}{t^2}(m_1 + m_2)}{m_1 g \cos \alpha}. \quad (10)$$

Таким образом, коэффициент трения скольжения можно определить двумя способами:

- 1) по предельному углу равновесия тела на наклонной плоскости согласно уравнению (6);
- 2) по времени движения тела вверх по наклонной плоскости согласно уравнению (10).

### Описание экспериментальной установки

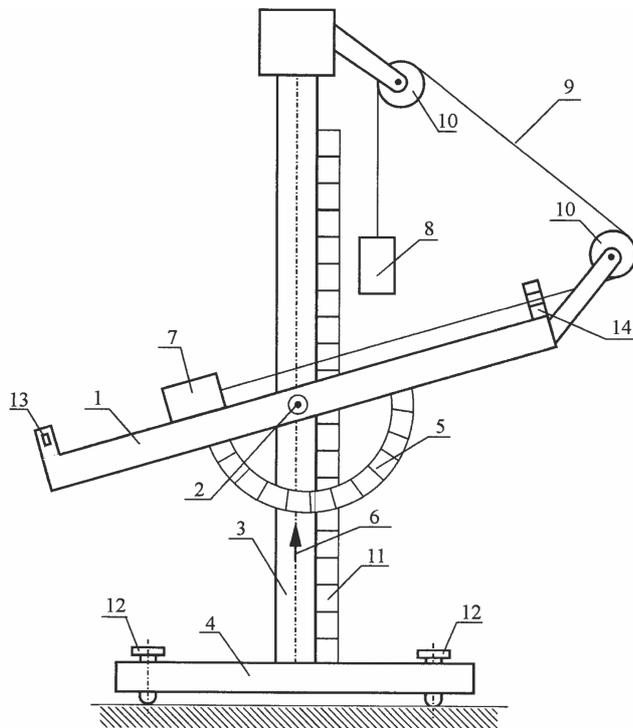


Рис. 5

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 5. Наклонная плоскость 1 изготовлена из трубы прямоугольного сечения, которая с помощью винтового зажима 2 крепится на вертикальной стойке 3, жестко связанной с массивной опорой 4. Наклонная плоскость 1 может поворачиваться относительно горизонтальной оси и фиксироваться зажимом 2. Угол наклона наклонной плоскости к горизонту определяется по угловой шкале 5 с помощью стрелки 6, закрепленной на стойке 3. Брусок 7 связан нитью 9 с грузом 8. Связь бруска и груза посредством нити осуществляется с помощью системы блоков 10. На стойке 3 закреплена вертикальная линейка 11 с миллиметровой шкалой, служащая для измерения перемещения груза 8. Регулировочные винты 12 служат для установки опоры 4 в горизонтальном положении. Захват 13 предназначен для удержания системы грузов в исходном состоянии и для ее запуска. Стопор 14 служит для ограничения движения грузов.

### Порядок выполнения работы

1. Поставьте на наклонную плоскость брусок массы  $m_1$ . Медленно увеличивайте угол при основании наклонной плоскости и определите такое его значение, при котором брусок начинает соскальзывать. Значение этого угла  $\alpha_0$  занесите в табл. 1. Прodelайте этот опыт 5 раз.

Таблица 1

$n$	$\alpha_0$	$\langle \alpha_0 \rangle$	$\langle \mu_0 \rangle$
1			
2			
3			
4			
5			

2. Установите наклонную плоскость под углом  $\alpha$  ( в пределах  $17^\circ \leq \alpha \leq 27^\circ$  ) и закрепите ее с помощью винтового зажима 2.

3. Поставьте на наклонную плоскость брусок массы  $m_1$  и свяжите его нитью через систему блоков с грузом массы  $m_2$ .

4. Приведите систему грузов в начальное положение. Для этого сместите брусок массы  $m_1$  налево так, чтобы он был закреплен в захвате 13.

5. Измерьте начальное положение  $y_1$  нижнего торца груза массы  $m_2$  по шкале линейки 11. Приведите систему грузов в движение нажатием на захват 13. Движение начинается с одновременным включением секундомера, который выключается при достижении бруска массы  $m_1$  верхнего положения на наклонной плоскости. Затем измерьте конечное положение  $y_2$  нижнего торца груза массы  $m_2$  по шкале линейки 11.

6. Запишите следующие параметры установки:  $m_1 = \quad \text{кг}; m_2 = \quad \text{кг}; \alpha = \quad ^\circ; y_1 = \quad \text{м}; y_2 = \quad \text{м}; \ell = y_1 - y_2 = \quad \text{м}.$

7. Проведите 10 раз опыт по измерению времени движения бруска массы  $m_1$  по наклонной плоскости. Данные занесите в табл. 2.

Таблица 2

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\langle t \rangle$	$\langle \mu \rangle$
$t, \text{с}$												

### Обработка результатов измерений

Рассчитайте, используя данные из табл. 1, средние значения предельного угла  $\langle \alpha_0 \rangle$  и коэффициента трения скольжения  $\langle \mu_0 \rangle = \text{tg} \langle \alpha_0 \rangle$  Результаты занесите в табл. 1.

Расчет погрешности измерений коэффициента трения скольжения  $\langle \mu_0 \rangle$ .

а) Рассчитайте стандартную (среднеквадратичную) погрешность определения коэффициента трения  $\langle \mu_0 \rangle$ :

$$S_{\mu_0}^I = \frac{1}{\cos^2 \alpha} S_{\alpha_0}^I, \quad \text{где } S_{\alpha_0}^I = \sqrt{\frac{\sum_i (\alpha_{0i} - \langle \alpha_0 \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

б) Систематическая погрешность определения коэффициента трения  $\langle \mu_0 \rangle$  равна

$$S_{\mu_0}^{II} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} S_{\alpha_0}^{II}, \quad \text{где } S_{\alpha_0}^{II} = 1^\circ = 0,017 \text{ рад}.$$

в) Рассчитайте стандартную погрешность определения коэффициента трения  $\langle \mu_0 \rangle$

$$S_{\mu_0} = \sqrt{(S_{\mu_0}^I)^2 + (S_{\mu_0}^{II})^2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \sqrt{(S_{\alpha_0}^I)^2 + (S_{\alpha_0}^{II})^2}$$

г) Окончательный результат представьте в виде

$$\mu_0 = \langle \mu_0 \rangle \pm t_{n-1,P} S_{\mu_0}, \quad (11)$$

где  $t_{n-1,P}$  – коэффициент Стьюдента, значение которого берется из справочной таблицы.

3. Рассчитайте среднее время движения тел  $\langle t \rangle$  из табл. 2 и, используя параметры установки, коэффициент трения скольжения  $\langle \mu \rangle$  согласно формуле (10):

$$\langle \mu \rangle = \frac{g(m_2 - m_1 \sin \alpha) - \frac{2\ell}{\langle t \rangle^2} (m_1 + m_2)}{m_1 g \cos \alpha}.$$

Результаты занесите в табл. 2.

4. Расчет погрешности измерений коэффициента трения скольжения  $\langle \mu \rangle$ .

а) Рассчитайте стандартную (среднеквадратичную) погрешность определения времени  $t$ , используя данные из табл. 2:

$$S_t = \sqrt{\frac{\sum_i (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

б) Рассчитайте стандартную погрешность определения коэффициента трения скольжения

$$S_\mu = \langle \mu \rangle \sqrt{\left(\frac{S_\ell}{\ell}\right)^2 + \left(2 \frac{S_t}{\langle t \rangle}\right)^2}, \quad \text{где } S_\ell = 0,001 \text{ м.}$$

в) Окончательный результат представьте в виде

$$\mu = \langle \mu \rangle \pm t_{n-1,P} S_\mu, \quad (12)$$

где  $t_{n-1,P}$  – коэффициент Стьюдента, значение которого берется из справочной таблицы.

5. Сравните полученные результаты определения коэффициентов трения  $\mu_0$  и  $\mu$  по формулам (11) и (12) сделайте выводы.

### Контрольные вопросы

1. Какое трение называют сухим и какое – жидким?  
Что означает сила трения покоя? Как эту силу можно измерить на опыте? Дайте определение максимальной силы трения покоя.
2. Почему при очень хорошем качестве обработки поверхности сила трения скольжения становится больше, чем при плохом качестве? Что такое слипание?
3. Поясните, почему трение скольжения сопровождается нагреванием трущихся тел, а трение покоя – нет?
4. Как можно определить коэффициент трения, пользуясь наклонной плоскостью? Выведите формулу  $\mu_0 = \tan \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  – угол наклона плоскости, называемый «углом трения». Нарисуйте график зависимости силы трения, действующей на тело, от угла наклона плоскости в пределах от 0 до  $\pi/2$ .
5. Выведите формулу расчета коэффициента трения скольжения в данной работе.
6. Имеется наклонная плоскость высотой  $h$ . Тело массой  $m$  скатывается без начальной скорости из верхней точки. Зависит ли скорость этого тела у основания наклонной плоскости от угла, который она составляет с горизонтом, если: а) трение отсутствует; б) трение присутствует?