

Лабораторная работа №16.

**Определение скорости звука и показателя адиабаты для воздуха
методом стоячих волн.**

Цель работы:

– определения скорости распространения звуковой волны в воздухе и расчет показателя адиабаты для него.

Краткая теория

Механические колебания, возникшие в какой-либо точке упругой среды, передаются другим точкам, вызывая смещение их из положения равновесия. Процесс распространения колебаний в среде называется механической волной. При этом колеблющиеся частицы не перемещаются с распространяющимся волновым процессом, а колеблются около равновесных положений. В продольной волне колебания частиц происходят в направлении распространения волны, а в поперечной они перпендикулярны направлению распространения колебаний. Будут ли волны продольными или поперечными в данной среде определяют упругие свойства ее. В жидкостях и газах распространяются только продольные механические волны, так как в них не возникают упругие силы, стремящиеся вернуть сдвинутый слой в положение равновесия. В твердых телах могут распространяться и продольные, и поперечные механические волны.

Уравнение бегущей вдоль оси X волны записывается в виде:

$$\xi_1 = a \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right], \quad (1)$$

где ξ_1 – текущее значение отклонения, a – амплитуда (максимальные значения ξ), ω – циклическая частота колебаний; t – время; x – координата; v – скорость распространения волны. **Циклическая частота колебаний ω** связана с **частотой колебаний ν** (число колебаний в 1 секунду) формулой $\omega = 2\pi\nu$. Частота ν обратно пропорциональна периоду колебаний T (время 1-го колебания): $\nu = 1/T$.

Выражение $\left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$ называется **фазой волны**. Под скоростью распространения волны понимают фазовую скорость, то есть скорость распространения данной фазы колебания, например, максимума смещения точки. Расстояние, на которое распространяется данная фаза колебаний за период, называется **длиной волны λ** . Ее можно определить также как наименьшее расстояние между точками, колеблющимися в одинаковых фазах. **Фазовая скорость v** и длина волны связаны простым соотношением:

$$\lambda = vT \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{v}{\nu} \quad (2)$$

Для нахождения скорости распространения волны в упругой среде рассмотрим простейший случай передачи деформации через упругий стержень. В течение короткого промежутка времени Δt ударом молотка сообщим стержню некоторый импульс (рис. 1). За это время точки торца стержня сместятся на некоторое расстояние Δl . Возникшая деформация будет

перемещаться от точки к точке, и по стержню побегит волна сжатия. К концу промежутка Δt сжатие охватит участок стержня длиной l .

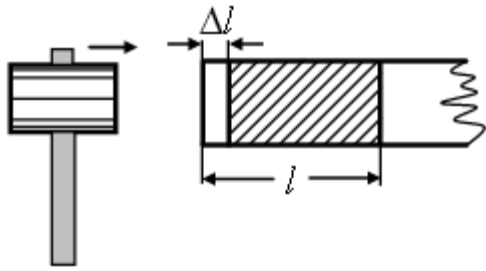


Рис.1.

Отношение $\frac{l}{\Delta t} = v$ представляет собой скорость распространения волны сжатия по стержню. К концу промежутка Δt все частицы участка стержня длины l будут двигаться со скоростью $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$, вправо. Поскольку

вначале этого промежутка частицы были неподвижны, то приращение импульса стержня будет равно $m v$, где m – масса участка l .

Если площадь поперечного сечения стержня S , плотность материала ρ , то $m = \rho S l$. По второму закону Ньютона приращение импульса тела равно импульсу внешней силы поэтому:

$$F \Delta t = m v = \rho S l v \quad (3)$$

Сила F , сжимающая стержень, связана с деформацией Δl сжатого участка l по закону Гука

$$F = ES \frac{\Delta l}{l} \quad (4)$$

где E – модуль упругости материала стержня (модуль Юнга). Подставив (4) в (3), получим

$$ES \frac{\Delta l}{l} \Delta t = \rho S l \frac{\Delta l}{\Delta t}; \quad \frac{E}{\rho} = \left(\frac{l}{\Delta t} \right)^2 = v^2 \quad (5)$$

Отсюда скорость распространения волны сжатия в упругом стержне равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6)$$

Для газа величина $F/S = \Delta p$ представляет изменение давления на поперечное сечение столба газа. Если газ сжимается так, что изменением поперечного сечения можно пренебречь, то

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{S \cdot \Delta l}{V} = \frac{\Delta V}{V} \quad (7)$$

Для газа увеличение давления Δp приводит к уменьшению объема V . ΔV и Δp имеют разные знаки, т.е. $\Delta p / \Delta V < 0$. Учитывая, что в (3) модуль упругости – величина положительная, получим

$$E = -V \frac{\Delta p}{\Delta V} \text{ или, полагая } \Delta p \text{ и } \Delta V \text{ бесконечно малыми, } E = -V \frac{dp}{dV} \quad (8)$$

Для волн высокой частоты, какими являются звуковые волны, процессы сжатия – разрежения можно считать происходящими без теплообмена, т.е. адиабатическими, которые описываются уравнением Пуассона

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (9)$$

где γ – показатель адиабаты. Взяв полный дифференциал от (8), получим

$$V^\gamma dp + \gamma V^{\gamma-1} p \cdot dV = 0 \quad (10)$$

откуда следует

$$-\frac{dp}{dV} = \gamma \frac{p}{V} \quad (11)$$

Подставив (10) в (7), получим

$$E = \gamma \cdot p \quad (12)$$

Из уравнения Клапейрона Менделеева следует

$$\rho = \frac{Mp}{RT} \quad (13)$$

где M – молекулярный вес, R – универсальная газовая постоянная, T – температура в Кельвинах. Подставив (12) и (13) в (6), получим

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \text{ откуда следует } \gamma = \frac{Mv^2}{RT} \quad (14)$$

Таким образом, определение показателя адиабаты сводится к измерению скорости звука и абсолютной температуры. Скорость звука определяется при исследовании интерференции (сложения) звуковых волн при отражении от преграды, приводящей к образованию стоячей волны.

Уравнение плоской звуковой волны, распространяющейся вправо вдоль оси X , запишем в виде

$$\xi_1 = a \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] \quad (15)$$

Для звуковой волны: ξ_1 – текущее значение отклонения Δp или $\Delta \rho$ от их значений для воздуха; a – амплитуда (максимальные значения $\Delta p_{\text{макс}}$ или $\Delta \rho_{\text{макс}}$). Отражение звуковой волны происходит от плоской поверхности отражателя, среды более плотной. Деформация сжатия воздуха, достигшая поверхности отражателя, не может привести его в движение. Поэтому за сжатием в падающей волне будет следовать сжатие в отраженной волне. Это приводит к тому, что при отражении от более плотной среды фаза волны меняется на противоположную (на π), а скорость волны меняет свой знак (рис.2). Если отраженная волна имеет ту же амплитуду, что и падающая, то ее уравнение

$$\xi_2 = a \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) + \pi \right] = -a \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) \right] \quad (16)$$

Результирующая волна – сумма падающей и отраженной будет стоячей волной.

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = -2a \sin \left(\omega \frac{x}{v} \right) \cdot \cos \omega t \quad (17)$$

Величина $A(x) = \left| -2a \cdot \sin\left(\omega \frac{x}{v}\right) \right|$ не зависит от времени и является амплитудой, зависящей только от x .

Точки, в которых амплитуда максимальна, называются пучностями. Точки, в которых амплитуда равна нулю, называются узлами. Точка на границе в движении не участвует и этой точке соответствует узел стоячей волны. Расстояние δ_k между соседними узлами можно найти из условия

$$\sin\left(\omega \frac{x}{v}\right) = 0, \Rightarrow \omega \frac{x}{v} = \pm k\pi, k = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

Расстояние между соседними узлами $\delta_k = x_{k+1} - x_k = \lambda/2$, т. е. равно половине длины бегущей волны.

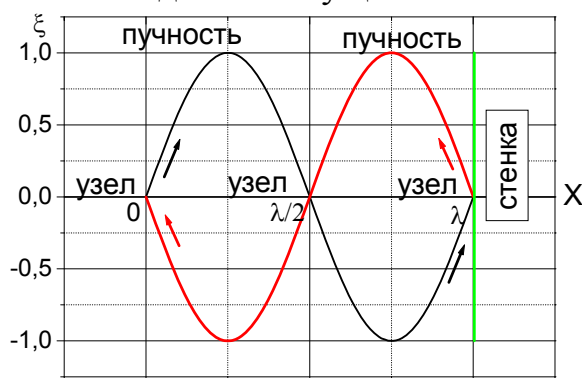


Рис.2. Стоячая волна.

В пространстве, занятом стоячей волной, происходит поочередная смена фазы разрежения на фазу сжатия и наоборот. Стоячая волна не переносит энергию.

Отраженная волна, двигаясь в обратном направлении, достигает поверхности излучателя звуковых волн (динамика) и отражается от нее, меняя фазу снова на π . При этом, если в расстоянии l между

поверхностью излучателя и отражателя укладывается целое число полуволен $L = k\lambda/2$, то вторично отраженная от излучателя волна, имея сдвиг фаз за счет двукратного отражения $\Delta\phi = \pi + \pi = 2\pi$, оказывается в фазе с первичной волной, и происходит резонансное (т.е. с большой амплитудой) усиление звука за счет интерференции этих волн. Собственные частоты резонанса подчиняются условию $\nu_k = v/\lambda_k = kv/L$. Результат сохранится, если изменить длину воздушного столба с L до $L \pm \lambda/2$, т.е. разность длин двух соседних резонирующих столбов (расстояние между соседними узлами)

$$l = L_k - L_{k-1} = k \frac{\lambda}{2} - (k-1) \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \quad (19)$$

Отсюда $\lambda = 2l$, и т.к. $\lambda\nu = v$, получим расчетную формулу для определения скорости звука

$$v = 2l\nu \quad (20)$$

Описание установки

Установка состоит из вертикально установленной прозрачной трубы 1 (рис.3). Излучатель звука (динамик) 3 соединен с выходом звукового генератора 4, создающего электрические колебания заданной частоты. Приемник излучения (микрофон) 2 закреплен на подвижной стеклянной трубке.

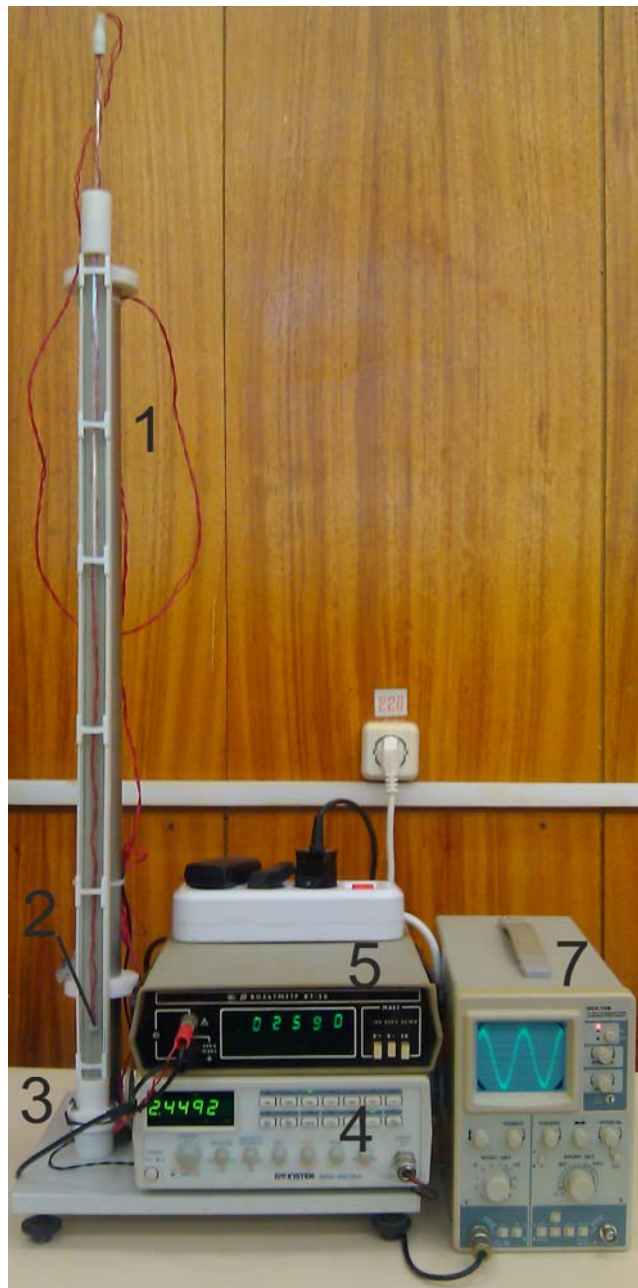
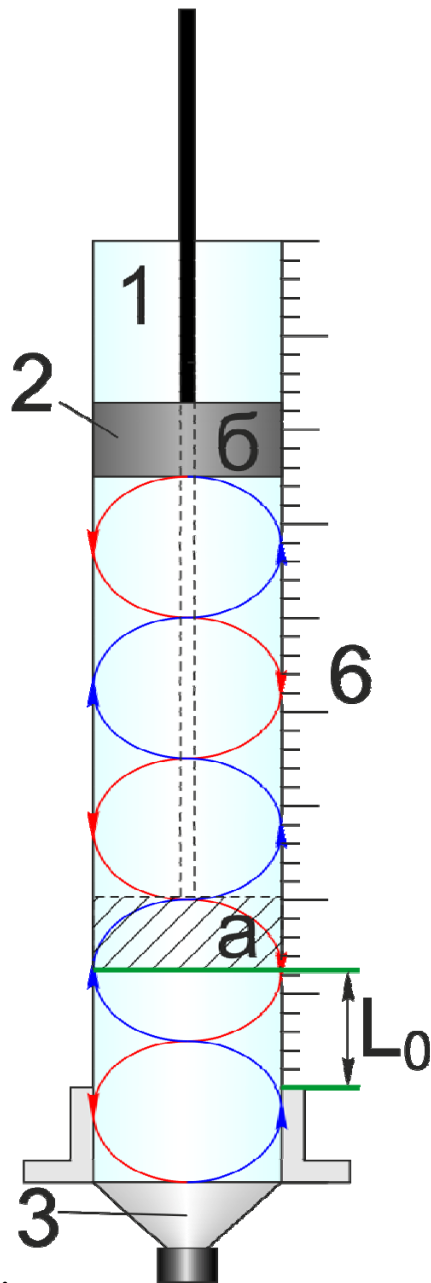


Рис. 3. Схема и фото установки

Сигнал с выхода микрофона поступает на вольтметр 5 и осциллограф 7, по показаниям которых определяется уровень сигнала микрофона в данной точке стоячей волны. При перемещении микрофона изменяется длина резонирующего столба, разность длин столбов отсчитывается по линейке 6, расположенной позади трубки. L_0 – расстояние от начала шкалы линейки до первого видимого максимума.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение скорости звука и расчет показателя адиабаты при постоянной частоте.

1. Включите звуковой генератор. Нажмите кнопки ~ и 10к. Ручкой «frequency» установите частоту в диапазоне 2000 – 6000 Гц.
2. Вдвиньте стеклянную трубку с микрофоном вниз на расстояние приблизительно 2 см от дна. Придерживая одной рукой тefлоновую насадку на верхнем конце трубы, осторожно выдвигайте трубку с микрофоном вверх до получения **максимальной амплитуды синусоиды на осциллографе**. Точное положение максимума **фиксируйте по максимальному показанию напряжения на вольтметре и/или осциллографе**, которые показывают амплитуду колебаний. Снимите показания по линейке (миллиметровке) и запишите в таблицу длину L_0 (миллиметры переведите в метры). **Внимание. Выдвигание стеклянной трубки производите осторожно, чтобы не сломать ее.** Аналогичным образом, выдвигая микрофон и фиксируя максимумы показаний осциллографа и/или вольтметра, запишите в таблицу 1 длину 1-го, 2-го и т.д. резонирующих максимумов столбов L_1, L_2, \dots, L_n .

$$v = \text{Гц}, L_0 = \dots \text{ м}$$

Таблица 1

$n = X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$L_n, 10^{-3} \text{ м}$											
$Y_n = L_n - L_0$											
$Y_n^2 = (L_n - L_0)^2$											
$\langle Y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_n = \dots,$						$\langle Y^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_n^2 = \dots$					

После завершения измерений аккуратно вернуть микрофон в начало линейки

Уравнение (20) представим в виде прямой линии: $Y = A + BX$:

$$L_n - L_0 = \frac{v}{2\nu} \cdot n \tag{21}$$

где $Y = L_n - L_0$, $X = n$ – номер резонирующего столба, а L_n – его длина.,

$$B = \frac{v}{2\nu} \tag{22}$$

3. Постройте график зависимости Y от X точками (не соединяйте точки отрезками прямой). Аппроксимируйте полученную зависимость линейно. Определите тангенс угла наклона прямой – он равен

коэффициенту B в уравнении (22). Рассчитайте среднее значение скорости звука

$$\langle v \rangle = 2Bv \quad (23)$$

Рассчитайте коэффициент B аналитически.

$$B = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (24)$$

4. По формуле (23) рассчитайте среднее значение скорости звука $\langle v \rangle = 2Bv$.

Рассчитайте среднеквадратичное отклонение S_B

$$S_B = \frac{1}{\sqrt{n-2}} \sqrt{\frac{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2} - B^2} \quad (25)$$

Здесь n – количество измерений.

5. Окончательный результат представьте в виде.

$$v = \langle v \rangle \pm \frac{S_B}{B} \langle v \rangle \quad (26)$$

6. Используя формулу (14) и учитывая, что $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$, где i – число

степеней свободы идеального газа, рассчитайте теоретическое значение скорости звука в воздухе. Сравните полученный результат с теоретическим.

7. Рассчитайте по формуле (14) среднее значение показателя адиабаты $\langle \gamma \rangle$. Значение $T = t^\theta \text{ C} + 273$ (К), где t – показания термометра, $R = 8.31$ Дж·моль·К, $M = 0.029$ кг/моль – молекулярный вес воздуха.

8. Окончательный результат представьте в виде:

$$\gamma = \langle \gamma \rangle \pm 2S_n \langle \gamma \rangle \quad (27)$$

9. Сравните полученный результат с теоретическим.

Задание 2. Определение скорости звука и расчет показателя адиабаты при изменении частоты колебаний.

1. Включите звуковой генератор. Нажмите кнопки \sim и 10к. Ручкой «frequency» установите частоту генератора около 2000 Гц.
2. Вдвиньте стеклянную трубку с микрофоном на расстояние приблизительно 2 см от дна. Придерживая одной рукой тефлоновую насадку на верхнем конце трубы, осторожно выдвигайте трубку с микрофоном вверх до получения **максимальной амплитуды синусоиды на осциллографе. Контролируйте показания напряжения на вольтметре**, который показывают амплитуду колебаний. Запишите в таблицу 2 длину L_0 . **Внимание. Выдвигание стеклянной трубки производите осторожно, чтобы не сломать ее.** Далее, выдвигая микрофон, зафиксируйте 1 – й максимум показаний

осциллографа и/или вольтметра, запишите в таблицу 2 длину 1-го резонирующего столба L_1 .

3. Проведите такую же процедуру еще 7 раз, увеличивая частоту всякий раз на приблизительно 1000 Гц до 8000 Гц, каждый раз записывая показания L_0, L_1 в таблицу 2.

Таблица 2

$n = X$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\nu, \text{Гц}$								
$X = 1/\nu, \text{с}$								
$L_0, \text{м}$								
$L_1, \text{м}$								
$Y_n = L_1 - L_0$								
$Y_n^2 = (L_n - L_0)^2$								
$\langle Y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_n = \dots$				$\langle Y^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_n^2 = \dots$				

После завершения измерений аккуратно вернуть микрофон в начало линейки

4. Уравнение (20) представим в виде прямой линии: $Y = A + BX$:

$$L_1 - L_0 = \frac{\nu}{2v} \quad (28)$$

где $Y = L_1 - L_0, X = 1/\nu$,

$$B = \frac{\nu}{2} \quad (29)$$

5. Постройте график зависимости Y от X точками (не соединяйте точки отрезками прямой). Аппроксимируйте полученную зависимость линейно. Определите тангенс угла наклона прямой – он равен коэффициенту B в уравнении (28). Рассчитайте среднее значение скорости звука

$$\langle \nu \rangle = 2B \quad (30)$$

Рассчитайте среднеквадратичную погрешность Y_n .

$$S_n = \sqrt{\frac{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}{n - 1}} \quad (31)$$

Здесь n – количество измерений.

6. Окончательный результат представьте в виде

$$\nu = \langle \nu \rangle \pm \langle \nu \rangle \cdot S_n \quad (32)$$

10. Используя формулу (14) и учитывая, что $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i + 2}{i}$, где i – число степеней свободы идеального газа, рассчитайте теоретическое значение

скорости звука в воздухе. Сравните полученный результат с теоретическим.

11. Рассчитайте по формуле (14) среднее значение показателя адиабаты $\langle \gamma \rangle$. Значение $T = t^0 \text{ C} + 273 \text{ (K)}$, где t – показания термометра, $R = 8.31 \text{ Дж}\cdot\text{моль}\cdot\text{K}$, $M = 0.029 \text{ кг}\cdot\text{моль}$ – молекулярный вес воздуха.

12. Окончательный результат представьте в виде:

$$\gamma = \langle \gamma \rangle \pm 2S_n \langle \gamma \rangle \quad (33)$$

13. Сравните полученный результат с теоретическим.

Обработку результатов измерений желательно проводить, используя программу Excel.

Ниже в качестве примера дано описание действий для задания 1.

Обработка результатов измерений в программе Excel

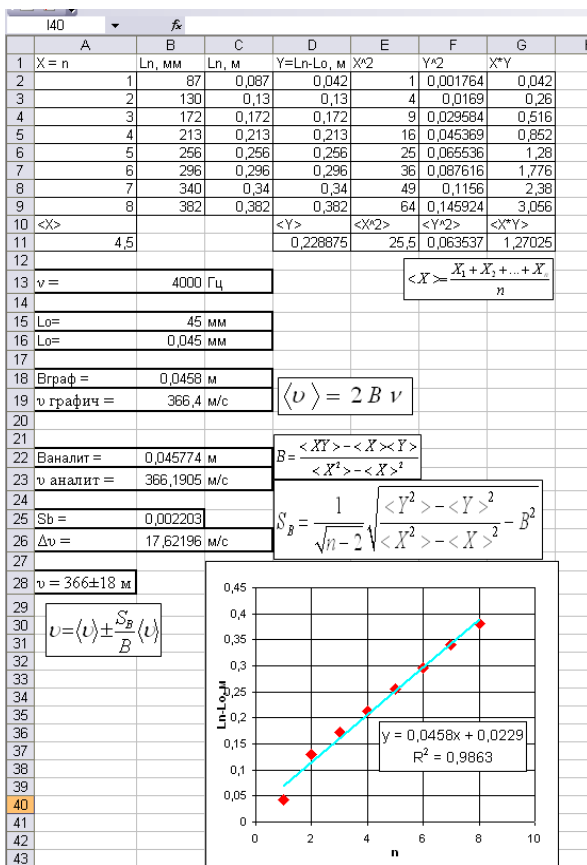


Рис.4. Скриншот программы обработки в Excel.

В программе Excel постройте график зависимости $Y = L_n - L_0$ от $X = n$. Из графика определите угловой коэффициент B . По формуле, приведенной в скриншоте на рис. 4. Также вычислите коэффициент B по формуле, приведенной в скриншоте. Эти величины должны совпадать. Из (24) определите среднее значение $\langle v \rangle$.

Определите погрешность среднеквадратичного отклонения величины B по формуле:

$$S_B = \frac{1}{\sqrt{n-2}} \sqrt{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2 - B^2 (\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2)}$$

Окончательный результат записать в виде:

$$v = \langle v \rangle \pm \frac{S_B}{B} \langle v \rangle$$

Контрольные вопросы

1. Напишите уравнение плоской бегущей волны, дайте определение основных характеристик (амплитуды, фазы, периода, частоты, длины волны).
2. Получите уравнение стоячей волны, как суперпозицию падающей и отраженной волн.
3. Дайте графическое представление стоячей волны.
4. Какой процесс называется адиабатическим.
5. Объясните явление интерференции звуковых волн, дайте анализ условий возникновения интерференционного максимума, а также резонансного звучания.
6. От каких величин зависит скорость звука в газе

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики т.5, ч.1. Атомная физика. М. «Наука», 1980 г. и др. издания.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. 11-е изд., стер. - М.: 2006.— 560 с. Учебное пособие
3. Детлаф А.А и Яворский Б.М. Курс физики. М. Высшая школа. 2002.