

Лабораторная работа № 21

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УДАР ШАРОВ

Лабораторная работа разработана следующими преподавателями кафедры физики МГУЛ:

проф. Полуэктов Н.П.  
доц. Царьгородцев Ю.П.  
доц. Усатов И.И.

## ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УДАР ШАРОВ

**Цель работы:** изучить законы сохранения в механике и измерить коэффициент восстановления и силы взаимодействия, возникающие при соударении шаров.

### ВВЕДЕНИЕ

#### Импульс

Для характеристики механического состояния при движении тела вводится физическая величина – импульс (или количество движения).

Импульс – векторная величина, численно равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление, совпадающее с направлением скорости тела:

$$\vec{P} = m\vec{V}. \quad 1$$

Согласно второму закону Ньютона: скорость изменения импульса тела равна равнодействующей всех приложенных к ней внешних сил.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \text{ или } \vec{F} = \frac{dm\vec{V}}{dt}. \quad 2$$

Таким образом, любое изменение импульса этого тела может происходить только при действии сил.

При рассмотрении системы тел импульс этой системы определяется как векторная сумма импульсов тел, входящих в систему. Для изучения состояния механической системы вводятся понятия внешних и внутренних сил. Силы взаимодействия между телами, входящими в рассматриваемую систему, называются внутренними.

Силы, действующие на систему со стороны тел, не входящих в рассматриваемую систему, называются внешними.

Механические системы, на которые внешние силы не действуют или их действие скомпенсировано, называются замкнутыми (или изолированными).

Для замкнутых систем непосредственно из второго закона Ньютона вытекает закон сохранения импульса.

Если  $\vec{F} = 0$ , то уравнение (2) принимает вид:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0. \quad 3$$

Когда производная некоторой величины равна нулю, то эта величина постоянна. Поэтому из уравнения (3) следует:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = const, \quad 4$$

где  $n$  – количество тел входящих в замкнутую систему.

В замкнутой системе тел суммарный импульс системы остается неизменным – в этом заключается закон сохранения импульса.

Закон сохранения импульса принадлежит к числу основных физических законов, так как связан с определенным свойством симметрии пространства – его однородностью. Однородность пространства проявляется в том, что физические свойства замкнутой системы и законы ее движения не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

#### Энергия

Энергия – скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения и взаимодействия материи, мерой перехода движения материи из одних форм в другие.

Энергия системы количественно характеризует последнюю в отношении

возможных в ней превращений движения. Эти превращения происходят благодаря взаимодействию частей системы как друг с другом, так и с внешними телами. Для анализа качественно различных форм движения и соответствующих им взаимодействий в физике вводят различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную и др.

Энергия  $E$  является важнейшей физической величиной, характеризующей способность тел или системы тел совершать работу и измеряется величиной работы, которую при определенных условиях может совершить система, т. е.

$$A = E_2 - E_1 = \Delta E. \quad 5$$

Существует два вида механической энергии.

Первым видом механической энергии является энергия, обусловленная движением тел и зависящая от скорости движения. Эта энергия получила название кинетической и определяется по формуле

$$E_{II} = \frac{mV^2}{2}. \quad 6$$

Вторым видом механической энергии является потенциальная энергия, обусловленная взаимным расположением всех частей системы во внешнем поле потенциальных сил,  $E_{II} = -(Fdr)$

Единой формулы для вычисления потенциальной энергии нет, выражение для вычисления потенциальной энергии определяется видом взаимодействия.

Работа консервативных (потенциальных) сил всегда равна убыли потенциальной энергии

$$A = -\Delta E_{II} = E_{II1} - E_{II2}. \quad 7$$

Консервативными (потенциальными) силами называются силы, работа которых по замкнутому контуру (конечная точка пути равна исходной) равна нулю. Примерами таких сил являются силы тяготения и упругости (натяжение нити, сила реакция опоры).

Величина  $E = E_K + E_{II}$ , равная сумме кинетической и потенциальной энергий, называется полной механической энергией тела.

Для замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы, полная механическая энергия системы остается неизменной ( $E_K + E_{II} = const$ ), в этом заключается закон сохранения механической энергии.

Если в системе действуют неконсервативные силы, например, силы трения, то механическая энергия системы тел не сохраняется. В этом случае закон имеет вид:

$$\Delta E_{мех} = E_{мех.2} - E_{мех.1} = A_{неконсерв.} \quad 8$$

Изменение механической энергии равно работе неконсервативных сил. В частности, для сил трения или деформации эта работа равна количеству выделенного тепла  $Q$ .

В природе и технике постоянно происходят превращения энергии из одних видов в другие. Все такие переходы происходят с соблюдением закона сохранения энергии. Таким образом, закон сохранения энергии подчеркивает количественную неизменность энергии изолированной системы во времени, в результате изменения формы движения, и выражает однородность времени. Это свойство времени проявляется в том, что законы движения замкнутой системы не зависят от выбора начала отсчета времени. Использование законов сохранения энергии и импульса позволяют решать многие задачи механики, не прибегая непосредственно к уравнениям движения.

### Удар

Ударом называется кратковременное взаимодействие тел, при этом оба тела деформируются и возникают ударные силы значительной величины. Процесс соударения

можно разделить на две фазы:

- 1) сближение тел – возникновение деформаций;
- 2) разлет – исчезновение деформаций (полное или частичное).

Различают два предельных случая: абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

При абсолютно упругом ударе на первой фазе кинетическая энергия переходит полностью или частично в потенциальную энергию упругой деформации, на второй фазе тела снова приобретают первоначальную форму, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия упругой деформации опять переходит в кинетическую и тела разлетаются. При абсолютно упругом ударе механическая энергия тел не переходит в другие немеханические виды энергии, т.е. сохраняется.

Рассмотрим абсолютно упругий удар двух шаров, центры которых движутся вдоль одной прямой. При этом движение вправо будет соответствовать положительной скорости, движение влево – отрицательной.

При абсолютно упругом ударе не выделяется теплота, следовательно, систему из двух взаимодействующих шаров можно считать замкнутой (консервативной). К такой системе можно применить закон сохранения импульса и энергии.

Обозначим массы шаров  $m_1$  и  $m_2$ , их скорости до удара  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , а после удара  $\vec{U}_1$  и  $\vec{U}_2$  (рис. 1).

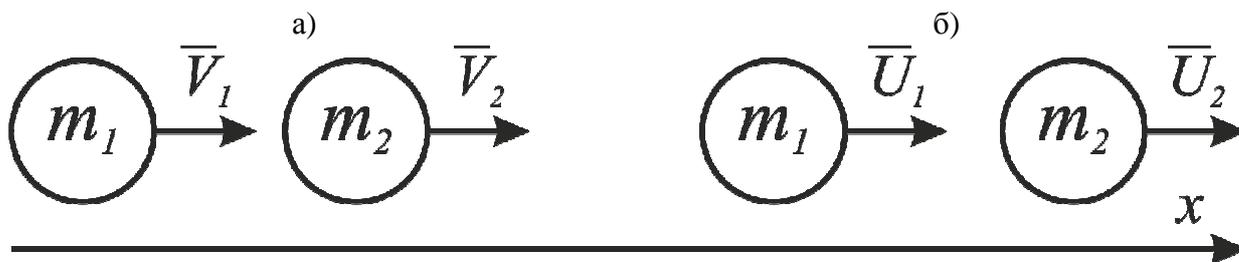


Рис. 1. Удар шаров: а – положение до удара; б – положение после удара

Применяем к двум взаимодействующим шарам законы сохранения энергии и импульса с учетом знака:

$$\begin{cases} \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2} \\ m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2 \end{cases} \quad 9$$

Решая систему уравнений (8), находим значения скоростей  $U_1$  и  $U_2$ :

$$U_1 = \frac{V_1(m_1 - m_2) + 2m_2 V_2}{m_1 + m_2}, \quad U_2 = \frac{V_1(m_1 - m_2) + 2m_2 V_2}{m_1 + m_2} \quad 10$$

По этим формулам определяются скорости шаров после удара. Следует помнить, что в формулах (10) скорости  $\vec{U}_1$  и  $\vec{U}_2$  могут иметь как одинаковые, так и противоположные знаки, в зависимости от направления векторов  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ .

Положим  $m_1 = m_2$ , тогда из первого равенства (10) следует, что  $U_1 = V_1$  и из второго равенства (10) следует  $U_2 = V_2$ . Следовательно, при упругом центральном ударе двух шаров одинаковой массы шары обмениваются скоростями.

Абсолютно упругий удар является идеальным случаем. В реальных случаях в зависимости от того, из какого вещества изготовлены шары, большая или меньшая часть механической энергии в конечном итоге переходит в тепло.

Абсолютно неупругий удар характеризуется тем, что потенциальная энергия

упругой деформации не возникает, кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию, после удара сталкивающиеся тела либо покоятся, либо движутся с одинаковой скоростью.

При таком ударе шары деформируются, скорости их выравниваются, суммарная кинетическая энергия шаров после удара уменьшается по сравнению с первоначальной (до удара), так как часть ее перейдет в другие формы энергии – тепловую энергию пластических деформаций и т.д.

Для этого случая закон сохранения энергии запишется в виде:

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2} + Q. \quad 11$$

Система из двух шаров в этом случае будет являться диссипативной, так как часть механической энергии теряется, рассеивается и по формуле (11) можно определить потерю механической энергии  $Q$ , которую называют энергией диссипации.

Скорость шаров после удара можно найти, воспользовавшись законом сохранения импульса:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) U, \quad 12$$

Откуда

$$U = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}, \quad 13$$

При абсолютно неупругом ударе относительная скорость шаров после удара равна нулю:  $U_1 - U_2 = 0$ , так как  $U_1 = U_2 = U$ . При абсолютно упругом ударе она, равна:  $U_1 - U_2 = -(V_1 - V_2)$ . При частично неупругом ударе относительная скорость после удара будет составлять некоторую долю относительной скорости шаров до удара:

$$U_1 - U_2 = -\varepsilon(V_1 - V_2), \quad 14$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент восстановления относительной скорости шаров при ударе, характеризующий степень упругости взаимодействующих тел и может принимать значения  $0 < \varepsilon < 1$ .

Из формулы (14) определяется величина коэффициента восстановления

$$\varepsilon = -\frac{U_1 - U_2}{V_1 - V_2}, \quad 15$$

### МЕТОД РАБОТЫ

Условия соударения – удар центральный, бьет правый шар (отводится и удерживается электромагнитом) по покоящемуся левому.

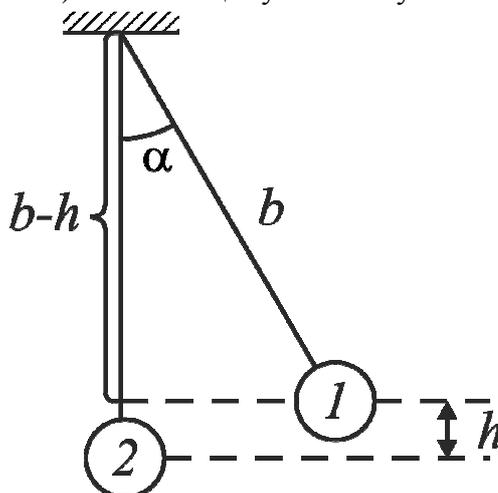


Рис. 2. Траектория движения шара

Метод измерения скоростей шаров – баллистический, мерой скорости служит величина угла отброса шаров, отсчитываемая по круговой шкале.

Пренебрегая затуханием колебаний за  $\frac{T}{4}$  (периода колебаний) можно считать, что потенциальная энергия шара в отведенном положении равна его кинетической энергии в положении равновесия:

$$mgh = \frac{mV^2}{2}, \quad 16$$

откуда

$$V = \sqrt{2gh}, \quad 17$$

Из рис. 2 следует  $\frac{b-h}{b} = \cos \alpha$ , где  $b$  – длина подвеса шарика и  $h$  – высота его отклонения от положения равновесия.

Следовательно:

$$h = b(1 - \cos \alpha). \quad 18$$

Значение  $h$  из (18) подставляем в (17) и получаем:

$$V = \sqrt{gb(1 - \cos \alpha)}. \quad 19$$

### **ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ**

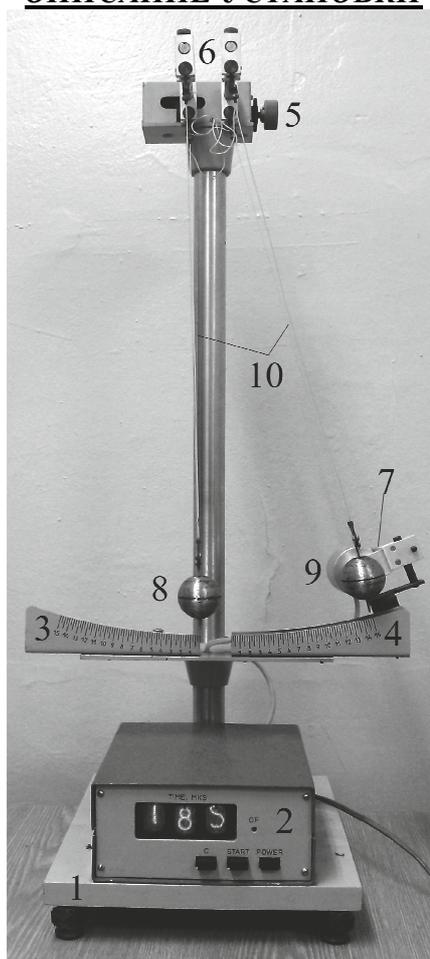


Рис. 3. Установка для изучения центрального удара.

1. основание, 2. измеритель времени соударения, 3,4. шкалы угловых перемещений, 5. регулятор расстояния между подвесами, 6. подвесы, 7. электромагнит, 8,9. шары, 10.

подвесные провода.

На рис 3 приведена фотография лабораторной установки. Ударяющий (9) и ударяемый (8) шары подвешиваются к подвесам (6) при помощи подвесных проводов (10). Расстояние между подвесами регулируется винтом (5), а углы отклонения шаров регистрируются при помощи шкал угловых перемещений (3,4). Ударяющий шар (9) фиксируется на нужном угле перед ударом при помощи электромагнита (7). Длительность соударения шаров фиксируется при помощи прибора (2), имеющего на своём корпусе кнопки **POWER** (питание), **START** (старт), **C** (сброс), а так же индикаторы **TIME** (длительность удара, мкс) и **OF** (ошибка измерения времени соударения). Все перечисленные элементы установлены на основании (1), оснащённом регулируемыми по высоте подставками.

### **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Подготовка установки к работе.
  - 1.1 Установка должна располагаться на ровной нескользящей поверхности. При необходимости с помощью регулируемых по высоте подставок необходимо добиться горизонтального положения основания.
  - 1.2 Убедитесь, что длины подвесных проводов одинаковые и шары при вертикальном положении находятся на одной высоте. Если шары не находятся на одной высоте, **в присутствии преподавателя** исправьте это изменив длину подвесных шаров.
  - 1.3 При помощи регулятор расстояния между подвесами (5) добейтесь момента, когда шары в свободном положении только начинают касаться.
2. Эксперимент.
  - 2.1 Измерьте длину подвесных проводов и массы шаров.
  - 2.2 Установите электромагнит (7) так, что бы его центр находился в положение указанном преподавателем и отрегулируйте его высоту.
  - 2.3 Включите измеритель времени (2) соударения (кнопка **POWER**).
  - 2.4 Отведите ударяющий шар (9) к электромагниту (7) и укрепите его, не допуская перекручивания подвесных проводов(10).
  - 2.5 Для определения угла отклонения ударяемого шара (8) после удара, передвиньте шкалу угловых перемещений (3) так что бы центр рассматриваемого шара находился над нулевым делением шкалы.
  - 2.6 Нажмите кнопку **C** на измерителе времени (2) соударения для сброса показаний.
  - 2.7 Запустите измерение нажатием кнопки **START**.
  - 2.8 Запишите в таблицу 1 угол отклонения ударяемого шара (8) после удара и время взаимодействия шаров.
  - 2.9 Повторяйте пункты 2.4-2.8 ещё не менее 3-х раз.
  - 2.10 Повторите пункты 2.4-2.9 для ударяющего шара.

Таблица 1.

№	$m_1, \text{ кг}$ ударяющий	$m_2, \text{ кг}$ ударяемый	До удара	После удара		$t_{\text{взаимод}}, \text{ с}$	
			$\alpha_{01}^\circ$	$\alpha_{11}^\circ$	$\alpha_{12}^\circ$		
1.							
2.							
3.							
4.							

### **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ**

1. Рассчитайте средние углы отклонения шаров до и после ударов и среднее время взаимодействия. Запишите полученные результаты в таблицу 2.

- По формуле (19) рассчитайте скорости шаров до и после удара и запишите их в таблицу 2 (так как до удара ударяемый шар находился в состоянии равновесия, следовательно, его скорость при этом равнялась нулю).
- Определите импульсы шаров до и после удара и запишите в таблицу 2.

Таблица 2.

$\langle \alpha_{01} \rangle^\circ$	
$\langle \alpha_{11} \rangle^\circ$	
$\langle \alpha_{12} \rangle^\circ$	
$\langle t_{\text{взаимод}} \rangle, \text{ с}$	
$V_{01}, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	
$V_{11}, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	
$V_{12}, \frac{\text{м}}{\text{с}}$	
$P_{01}, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$	
$P_{11}, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$	
$P_{12}, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$	
$E_{K01}, \text{ Дж}$	
$E_{K11}, \text{ Дж}$	
$E_{K12}, \text{ Дж}$	
$Q, \text{ Дж}$	

- Определите импульсы шаров до и после удара и запишите в таблицу 2.
- Проверьте закон сохранения импульса, сравнив суммарный импульс системы до и после удара.
- Рассчитать коэффициент восстановления скорости по формуле (20).

$$\varepsilon = \frac{|V_{12} - V_{11}|}{|V_{02} - V_{01}|}, \quad 20$$

- Рассчитайте кинетические энергии шаров до и после ударов и запишите результаты в таблицу 2.
- Рассчитать коэффициент восстановления энергии по формуле (21)

$$k_{\text{Э}} = \frac{E_{K11} + E_{K12}}{E_{K01} + E_{K02}}, \quad 21$$

- Из формулы (22) определите энергию диссипации и запишите результат в таблицу 2.

$$\frac{m_1 V_{01}^2}{2} + \frac{m_2 V_{02}^2}{2} = \frac{m_1 V_{11}^2}{2} + \frac{m_2 V_{12}^2}{2} + Q, \quad 22$$

- Используя второй закон Ньютона, определить величину силы соударения

для ударяющего и ударяемого шара по формулам (23) и сравните результаты.

$$F_1 = \frac{\Delta P_1}{\Delta t} = \frac{m_1 V_{11} - m_1 V_{01}}{\langle t_{\text{взаимод}} \rangle}, \quad F_2 = \frac{\Delta P_2}{\Delta t} = \frac{m_2 V_{02} - m_2 V_{12}}{\langle t_{\text{взаимод}} \rangle} \quad 23$$

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что называется импульсом?
2. Закон сохранения импульса?
3. Что называется энергией?
4. Назовите виды механической энергии.
5. Закон сохранения энергии в механике.
6. Какой удар называется упругим и неупругим?
7. Выведите формулу скоростей шаров после удара для абсолютно упругого удара.
8. Выведите формулу скоростей шаров после удара для абсолютно не упругого удара.
9. Выведите формулу коэффициента восстановления энергии.
10. Что определяет коэффициент восстановления?