

Программа вступительных испытаний по математике

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания по математике разработана для абитуриентов, имеющих право сдавать экзамены в традиционной форме. Программа по математике составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Настоящая программа состоит из трех разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий на письменном экзамене по математике.

Второй раздел представляет собой перечень основных формул и теорем, с которыми необходимо ознакомиться при подготовке к экзамену.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на письменном экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

I. Основные понятия

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
4. Функция, ее область определения и область значений. Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
5. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
6. Уравнение, неравенства, система. Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Точка, прямая и плоскость. Прямая на плоскости. Понятие о геометрическом месте точек. Расстояние. Луч, отрезок, ломаная.
9. Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла.
10. Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Серединный перпендикуляр к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой. Расстояние от точки до прямой.

11. Треугольник. Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники.
12. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника.
13. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция, равнобедренная трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.
14. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы.
15. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
16. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.
17. Цилиндр, конус, шар, сфера.
18. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
19. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
20. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
21. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности, периметр многоугольника.
22. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.
23. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов. Операции над векторами: умножение на число, сложение, разложение, скалярное произведение. Угол между векторами.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
2. Свойства числовых неравенств.
3. Формулы сокращенного умножения.
4. Свойства линейной функции и ее график.
5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Выделение полного квадрата. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и ее график.
7. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
8. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
9. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
10. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.
11. Свойства показательной функции и ее график.
12. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
13. Свойства логарифмической функции и ее график.
14. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций, понижения степени. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Формула вспомогательного угла.

15. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
16. Свойства тригонометрических функций и их графики.

Геометрия

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.
3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
6. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
8. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
9. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
10. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
11. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.
12. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
13. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
14. Решение прямоугольных треугольников.
15. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
16. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
17. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
18. Свойства средней линии трапеции.
19. Площадь прямоугольника. Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формулы, выражающие площадь треугольника: через две стороны и угол между ними, через периметр и радиус вписанной окружности, формула Герона, площадь четырехугольника.
20. Связь между площадями подобных фигур.
21. Площадь круга и площадь сектора.
22. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
23. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.
24. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.
25. Формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба, шара, цилиндра и конуса.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

1. Элементы комбинаторики
 - Поочередный и одновременный выбор.
 - Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.
2. Элементы статистики
 - Табличное и графическое представление данных.
 - Числовые характеристики рядов данных.
3. Элементы теории вероятностей
 - Вероятности событий.
 - Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

III. Требования к поступающему

На экзамене по математике поступающий должен:

1. уметь выполнять вычисления и преобразования:

- выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; находить (без калькулятора) значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; переводить одни единицы измерения величин в другие;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; пользоваться свойствами чисел;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих модули, степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;

2. уметь решать уравнения и неравенства:

- решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- решать уравнения, системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;
- решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы;
- решать уравнения, неравенства, системы с параметрами и исследовать их решения;

3. уметь выполнять действия с функциями и пользоваться их свойствами:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций;
- находить области определения и значений основных элементарных функций;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций;
- исследовать функции на монотонность; находить экстремумы;
- находить наибольшее и наименьшее значения функции;
- строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами;
- пользоваться свойствами арифметической и геометрической прогрессий;

4. уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

- решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- пользоваться соотношениями и формулами, содержащими величины углов, длины, площади, объемы;
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- определять координаты точки; проводить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); пользоваться свойствами векторов, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами;
- изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;
- пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;

5. уметь строить и исследовать простейшие математические модели, решать практические задачи с использованием математических знаний:

- моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;
- моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;
- решать текстовые задачи, составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;
- решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;
- моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;
- анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;

6. излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

Рекомендуемая литература и источники информации

1. Любые учебники по математике для учащихся 10-11-х классов, входящие в ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования.
2. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. Типовые тестовые задания. 30 вариантов заданий и 800 заданий части 2 / Под ред. И. В. Яценко – М.: Издательство «Экзамен», 2018. – 239 с.
3. Яценко И. В., Высоцкий И. Р., Волкевич М. А. ЕГЭ 2018. Математика. Типовые тестовые задания. 50 вариантов. Профильный уровень. / Под ред. И. В. Яценко – М.: Издательство «Экзамен», 2018. – 264 с.
4. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. 14 вариантов. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ /Под ред. И. В. Яценко – М.: Издательство «Экзамен», 2018.–128 с.
5. Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева. Математика. Подготовка к ЕГЭ 2018. Профильный уровень. 50 тестов + задачник – Ростов-на-Дону: Издательство «Народное образование», 2018. – 223 с.
6. Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся. Учебное пособие / под. ред. И. В. Яценко; МЦНМО. - М.: Интеллект- Центр, 2016.- 144 с.
7. А.Г. Мордкович, Н.Ю. Лаврентьева, В.И. Глизбург. Математика: Полный справочник. - М: АСТ, 2016. - 351 с.
8. www.fipi.ru. Сайт «Федеральный институт педагогических измерений».
9. www.ege.edu.ru. - Официальный информационный портал единого государственного экзамена.